



Slovenská technická univerzita v Bratislave, Materiálovotechnologická  
fakulta so sídlom v Trnave

**Meno a priezvisko**  
Zuzana Červeňanská

**Autoreferát dizertačnej práce**

**Podpora rozhodovania v riadení výroby s uplatnením metód  
multikriteriálnej optimalizácie**

**na získanie akademického titulu** PhD.

**v doktorandskom študijnom programe:** automatizácia a informatizácia procesov

**v študijnom odbore:** 2647 kybernetika

**Forma štúdia:** externá

**Miesto a dátum:** 27. 5. 2021



**Dizertačná práca bola vypracovaná na**  
Materiálovotechnologickej fakulte so sídlom v Trnave, Slovenskej  
technickej univerzity v Bratislave

**Predkladateľ:** Zuzana Červeňanská  
Ústav aplikovanej informatiky, automatizácie a mechatroniky  
Materiálovotechnologická fakulta so sídlom v Trnave  
Ulica Jána Bottu č. 2781/25, 917 24 Trnava

**Školiteľ:** prof. Ing. Pavel Važan, PhD

**Oponenti:** .....  
.....  
.....  
  
.....  
.....  
.....

**Autoreferát bol rozoslaný:** 31.5.2021  
(dátum rozoslania)

**Obhajoba dizertačnej práce sa bude konať dňa ..... o .....h.**

**na .....**  
(presná adresa miesta konania obhajoby dizertačnej práce)

.....

rektor STU alebo dekan fakulty, ak sa  
doktorandský  
študijný program uskutočňuje na fakulte  
(meno a priezvisko s uvedením titulov)



## ZADANIE DIZERTAČNEJ PRÁCE

Študentka: **Mgr. Zuzana Červeňanská**  
ID študenta: 1459  
Študijný program: automatizácia a informatizácia procesov  
Študijný odbor: kybernetika  
Vedúci práce: prof. Ing. Pavel Važan, PhD.  
Miesto vypracovania: UIAM MTF STU so sídlom v Trnave

Názov práce: **Podpora rozhodovania v riadení výroby s uplatnením metód  
multikriteriálnej optimalizácie**

Jazyk, v ktorom sa práca vypracuje: slovenský jazyk

Špecifikácia zadania:

1. Charakterizujte rozhodovacie problémy a možnosti podpory rozhodovania v riadení výroby v súvislosti s riešením problému multikriteriálnej optimalizácie.
2. Vyberte potenciálne vhodné metódy multikriteriálnej optimalizácie a aplikujte ich pre problém rozhodovania v riadení výroby pre zvolený výrobný systém.
3. Vyhodnoťte vplyv aplikovaných metód na lokalizáciu Pareto optimálnych riešení z hľadiska stratégie riadenia výroby.
4. Navrhňte a overte postup získania približného riešenia skúmaného problému pomocou aproximácie individuálnych cieľových funkcií vstupujúcich do multikriteriálnej optimalizácie.
5. Zhodnoťte dosiahnuté výsledky.

Riešenie zadania práce od: 26. 08. 2016

Dátum odovzdania práce: 31. 05. 2021

**Mgr. Zuzana Červeňanská**  
riešiteľka

**prof. Ing. Pavel Važan, PhD.**  
vedúci pracoviska

**prof. Ing. Pavol Tanuška, PhD.**  
garant študijného programu

## SÚHRN

ČERVENĚANSKÁ, Zuzana: *Podpora rozhodovania v riadení výroby s uplatnením metód multikriteriálnej optimalizácie*. [Dizertačná práca] - Slovenská technická univerzita v Bratislave. Materiálovotechnologická fakulta so sídlom v Trnave; Ústav aplikovanej informatiky, automatizácie a mechatroniky. - Školiteľ: prof. Ing. Pavel Važan, PhD. - Trnava: MTF STU, 2021. 136 s.

Dizertačná práca je zameraná na problematiku rozhodovania pri riadení výroby na základe aplikácie multikriteriálnych optimalizačných metód v simulačnej optimalizácii. Pozornosť sa sústreďuje na skalarizačné metódy v súvislosti s vopred stanovenými preferenciami. Hlavným cieľom práce bolo preskúmať možnosti uplatnenia týchto metód ako podpory rozhodovania na operatívnej úrovni pre nastavenia vstupných parametrov hmotného toku pre deterministický dávkový výrobný systém. Bol posúdených niekoľko multikriteriálnych metód z hľadiska vplyvu na lokalizáciu bodov Pareto rozhrania s použitím rôznych transformácií účelových funkcií, ktoré sú súčasťou skalárnej multikriteriálnej účelovej funkcie. Taktiež bola navrhnutá možnosť zrýchliť nájdenie približného optimálneho riešenia multikriteriálneho problému pomocou metód aproximačného modelovania. Optimalizačné experimenty boli realizované na experimentálnom výrobnom systéme vo forme udalostíami riadeného simulačného modelu prostredníctvom simulačnej optimalizácie. Na ich základe možno usudzovať, že niektoré zo zistení predstavujú možný prínos pre oblasť podpory rozhodovania postavenej na simulačnom prístupe v riadení výroby na operatívnej úrovni.

**Kľúčové slová:** multikriteriálna optimalizácia, simulácia, simulačná optimalizácia, Pareto rozhranie, riadenie výroby

## ABSTRACT

ČERVENĀNSKÁ, Zuzana: *Decision support in production management with the application of multicriteria optimization methods*. [Dissertation Thesis] - Slovak University of Technology in Bratislava. Faculty of Materials Science and Technology; Institute of Applied Informatics, Automation and Mechatronics. - Supervisor: prof. Ing. Pavel Važan, PhD. –

Tmava: MTF STU, 2021. pp 136.

The dissertation thesis addresses the problem of decision making in production management based on the application of multicriteria optimization methods. In particular, the attention is focused on scalarization methods in the context of apriori defined preferences. The main objective of the work was to verify the possibilities of applying these methods as decision support at the operational level for setting input parameters of material flow for a deterministic batch production system. Several different multicriteria methods were proposed and evaluated in terms of obtaining optimal solutions in both the convex and the non-convex part of the Pareto front. In this context, the problem of appropriate transformation of the individual objective functions that are part of the scalar multicriteria objective function has been addressed in this work. The possibility of accelerating the finding of an approximate optimal solution of the multicriteria problem by using methods of approximation modelling was also proposed. Optimization experiments were performed on an experimental manufacturing system in the form of a discrete event-driven simulation model through simulation optimization. Based on them, it can be concluded that some of the findings represent a potential contribution to the field of production management decision support at the operational level.

**Keywords:** multicriteria optimization, decision making, simulation optimization, Pareto front, production management

## OBSAH

### ÚVOD 9

### 1 KĽÚČOVÉ POJMY A TEORETICKÉ VÝCHODISKÁ PRÁCE 10

#### 1.1 Riadenie systému 10

#### 1.2 Riadenie na základe výstupov z modelu systému 10

#### 1.3 Rozhodovanie 11

Definícia multikriteriálneho optimalizačného problému 12

### 2 FORMULÁCIA RIEŠENÉHO PROBLÉMU 15

### 3 ROZHODOVANIE V RIADENÍ VÝROBY 16

#### 3.1. Ciele riadenia vo výrobe 16

#### 3.2. Dilema riadenia 17

Riešenie MOP v riadení výroby podporované metamodelovaním 18

#### 3.3. Systémové podpory integrovaného riadenia výroby 19

#### 3.4. Systémy na podporu rozhodovania 19

#### 3.5. Perspektívy zmien v riadení výroby 20

### 4 METÓDY VIACKRITERIÁLNEHO ROZHODOVANIA 21

#### 4.1 Metódy viackriteriálneho hodnotenia variantov 21

#### 4.2 Metódy multikriteriálnej optimalizácie 21

##### 4.2.1. Vizualizačné metódy pre zobrazenie Paretovho rozhrania 25

##### 4.2.2. Metódy s neznámymi preferenciami 27

##### 4.2.3. Transformácie kritériálnych funkcií 27

### 5 CIELE DIZERTAČNEJ PRÁCE 29

### 6 METODIKA PRÁCE A METÓDY SKÚMANIA 30

#### 6.1 Charakteristika objektu skúmania 30

#### 6.2 Koncept riešenia 31

### 7 EXPERIMENTÁLNA ČASŤ 33

#### 7.1 Simulačný a optimalizačný model 33

#### 7.2 Optimalizačné experimenty – jednokriteriálna optimalizácia 34

#### 7.3 Optimalizačné experimenty – multikriteriálna optimalizácia 34

### 8 VÝSLEDKY A DISKUSIA 40

|                                   |                                                                    |    |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----|
| 8.1                               | Výsledky experimentov jednokriteriálnych optimalizácií             | 40 |
| 8.2                               | Výsledky experimentov multikriteriálnych optimalizácií             | 41 |
| 8.3                               | Analytický pohľad na získané riešenia MOP                          | 43 |
| 8.4                               | Súhrnný pohľad na získané riešenia MOP                             | 46 |
| 8.4.1.                            | Vplyv aplikovanej transformácie na lokalizáciu optimálnych riešení | 48 |
| 8.4.2.                            | Zhodnotenie alternatív z hľadiska teórie úžitku                    | 49 |
| 8.5                               | Aproximačný prístup k riešeniu MOP                                 | 51 |
| 9                                 | ZHODNOTENIE DOSIAHNUTÝCH CIEĽOV A PRÍNOSY DIZERTAČNEJ PRÁCE        | 54 |
| 10                                | ZÁVER A ĎALŠIE SMEROVANIE VÝSKUMU                                  | 56 |
| ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ODKAZOV i |                                                                    |    |
| ZOZNAM PUBLIKOVANÝCH PRÁCI iii    |                                                                    |    |

## ÚVOD

Oblasti riadenia výroby sa v súčasnosti u nás a aj vo svete venuje veľká pozornosť pre jej silný vplyv na ekonomiku výrobného procesu a tým na konkurencieschopnosť výrobnej spoločnosti..

Výber softvérovej podpory riadenia výroby závisí od typu konkrétneho výrobného procesu, jeho zložitosti a hodnoty investícií. V prípade pokročilých inteligentných výpočtových systémov sa očakáva, že budú pri riadení zohľadňovať viacero kritérií súčasne, keďže optimalizácia iba jedného konkrétneho výrobného cieľa je v praxi nepostačujúca. Riadenie vzhľadom na také typické požiadavky, ako sú napr. súčasné dosiahovanie vysokej produkcie a vytiaženia výrobných zariadení pri minimalizácii nákladov, rozpracovanosti výroby a dodržaní termínu dodania, zasahuje do oblasti viackriteriálneho rozhodovania. Jeho významnou súčasťou je uplatnenie multikriteriálnych optimalizačných metód.

Okrem samotnej metódy dôležitý vplyv na to, ktoré prvky Pareto optimálnej množiny budú nájdené, majú preferencie toho, kto rozhoduje, a taktiež aj načasovanie uplatnenia zvolených preferencií. Všeobecne prijímaný koncept optimality riešenia, definovaný pomocou Pareto dominancie alternatív, bude v predkladanej práci kľúčový pre hľadanie riešení a v tomto zmysle budú nájdené riešenia aj posudzované.

Pre komplexné výrobné systémy je príliš náročné až nemožné nájsť exaktný analytický model správania sa systému. Ich riadenie na základe jednoduchších matematických modelov, tzv. štandardných normatívov, ktoré neopisujú stavy vo výrobnom procese dostatočne adekvátne, nemá dostatočnú kapacitu poskytnúť uspokojivé výsledky. Zložitosť problému je v tom, že vstupné parametre systému sú transformované na výstupné veličiny – výrobné ciele – prostredníctvom multi-dimenzionálnej vektorovej funkcie s neznámou štruktúrou a vlastnosťami definovanej v priestore diskretných hodnôt. Za týchto podmienok nie je možné použiť klasický analytický prístup na presné matematické vyjadrenie tohto mapovania a nájdenie globálneho optima kombinatorického multikriteriálneho problému. Tu môže zohrávať dôležitú úlohu simulácia, kedy vytvorený simulačný model poskytuje hodnoty jednotlivých zložiek vektora reprezentujúceho odozvu systému v priestore kritérií. Simulačný model môže byť užitočný nielen ako predikčný

nástroj na overenie dôsledkov rozhodnutí, ale po doplnení na optimalizačný model použitý na optimalizačné účely. Simulačný a optimalizačný softvér budú z tohto dôvodu v práci využité ako základné nástroje pre získanie relevantných informácií ako podkladov pre podporu rozhodovania o nastaveniach vstupných parametrov výrobného systému.

Kvalifikované rozhodovanie postavené na argumentoch stojí na dátach prúdiacich z výroby, ktoré sú ďalej analyzované a použité na spätno-väzbové účely. V tomto kontexte by práve niektoré metódy multikriteriálnej optimalizácie mohli poskytovať vhodné riešenia multikriteriálneho problému ako alternatívy pre realizáciu spätnej väzby pri riadení systému. Dizertačná práca svojím zameraním odpovedá na otázku, aké metódy multikriteriálnej optimalizácie a akým spôsobom sú aplikovateľné v rámci podpory rozhodovania pri riadení výrobných procesov na riadiacej úrovni MES (Manufacturing execution systems) systému s využitím simulácie pri apriórnom zohľadnení úlohy decision-maker (rozhodovateľa) v tomto procese.

## 1 KLÚČOVÉ POJMY A TEORETICKÉ VÝCHODISKÁ PRÁCE

### 1.1 Riadenie systému

*Riadenie systému* možno vymedziť ako cieľavedomé a účelné pôsobenie riadiaceho subjektu na riadený objekt (Máca, 2002) s cieľom dosiahnuť budúci žiaduci stav, založené na ovládaní a regulácii štruktúry a správania (Sakál a Jerz, 2006). Východiskovými pojmami v tejto oblasti sú *cieľ riadenia*, *riadiaci subjekt* a *riadený objekt*. Cieľové riadenie predstavuje „*hľadanie optimálnej trajektórie stavov systému, smerujúcej k dosiahnutiu vopred definovaného cieľa*“ (Sakál a Jerz, 2006).

### 1.2 Riadenie na základe výstupov z modelu systému

Ak je riadeným objektom komplexný systém v reálnych podmienkach, nie je jeho riadenie založené na nastavovaní vstupných parametrov metódou pokus-omyl efektívne. Ideálnym prístupom je implementácia riešení získaných preskriptívnou analytikou s využitím validného modelu riadeného systému. Optimalizácia výstupov z modelu systému vzhľadom na stanovené ciele riadenia môže zabezpečiť nájdenie najvhodnejších nastavení vstupných parametrov pre reálny riadený objekt.

Podľa Banksa (2005), *model systému* môžeme definovať súborom predpokladov o štruktúre a správaní, ktoré sú vyjadrené v matematických, logických a symbolických vzťahoch medzi entitami alebo objektami systému. Vzťah medzi vstupmi  $X$  a výstupmi  $Y$  systému je určený jeho štruktúrou a parametrami. Vo všeobecnosti sa dá definovať ako zobrazenie(1), ktoré priradzuje každému prvku z množiny  $X$  aspoň jeden obraz z množiny  $Y$ .

$$F : X \rightarrow Y \quad (1)$$

V prípade simulačného modelu zobrazenie  $F$  nie je možné definovať analyticky, ale prostredníctvom výstupov zo simulačných behov (Fu, 2002) (obr. 2).

### 1.3 Rozhodovanie

Rozhodovací problém sa objavuje ako dôsledok existencie zásadného nesúladu medzi požadovaným cieľovým stavom a skutočným stavom pozorovanej veličiny, ktorá je objektom rozhodovania. Rozhodovanie v užšom zmysle slova (v prípade uzatvoreného rozhodovacieho procesu) možno chápať ako „*nenáhodný odôvodnený výber jednej alternatívy z množiny vopred známych možných alternatív v súlade so splnením stanoveného cieľa*“ (Sakál a Jerz, 2006). Pokiaľ je k dispozícii konečný počet prípustných riešení, možno problém klasifikovať a riešiť ako *úlohu viackriteriálneho hodnotenia variantov (Multi-Criteria Decision Analysis – MCDA)*. V prípade, že výber optimálneho riešenia je určený implicitne obmedzujúcimi podmienkami, ktoré musia byť splnené a množina prípustných riešení problému je nekonečná, klasifikujeme túto úlohu ako *multikriteriálny optimalizačný problém (MOP)* alebo *problém vektorovej optimalizácie*, riešiteľný metódami viackriteriálneho programovania.

Pri riešení treba brať do úvahy aj významný vplyv DM. Z tohto hľadiska multikriteriálne metódy možno kategorizovať podľa načasovania vstupu preferencií DM do optimalizačného procesu. V rámci množiny posudzovaných riešení viackriteriálneho rozhodovacieho problému by sa mali vyskytovať iba optimálne riešenia (Fábry, 2011) v zmysle konceptu Pareto optimality ako *Paretovské alternatívy* alebo inak aj *nedominované alternatívy*. Každé riešenie z tejto množiny je optimálne v tom zmysle, že neexistuje žiadne iné riešenie z uvažovaného súboru alternatív, ktoré by bolo lepšie podľa nejakého kritéria a zároveň by nebolo horšie podľa žiadneho iného kritéria. Zlepšenie niektorej

hodnoty kritériá môže mať za následok celkové zlepšenie riešenia (dominanciu riešenia vzhľadom na iné riešenie) iba vtedy, ak toto zároveň neprináša degradáciu ostatných parciálnych kritérií. Ak nejaké riešenie už nie je možné takto zlepšiť, potom je prvkom Paretovej množiny a je považované za optimálne.

### Definícia multikriteriálneho optimalizačného problému

Multikriteriálny optimalizačný problém (MOP) môže byť definovaný ako úloha, kde v rámci zadaných obmedzení hľadáme taký vektor rozhodovacích premenných  $\mathbf{x}$ , ktorý optimalizuje vektorovú funkciu  $\mathbf{F}$ . Zložky vektora  $\mathbf{F}$  predstavujú skalárne kritériálne funkcie viac premenných, ktoré sú matematickým popisom kritérií. Vo všeobecnosti môžu byť tieto kritériá protichodné a optimalizácia predstavuje hľadanie takého riešenia, ktoré bude pre rozhodovací subject poskytovať akceptovateľné hodnoty všetkých kritériálnych funkcií. Úloha multikriteriálnej optimalizácie môže byť všeobecne vyjadrená (Giagkiosis, 2015) formuláciou (2):

$$\text{optimalizovať } \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})]^T \quad (2)$$

vzhľadom na  $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ .

Vektor  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\mathbf{x} \in R^n$  patrí do priestoru rozhodovacích (návrhových) premenných a je ohraničený systémom nerovníc  $\mathbf{x}_D \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_H$ , kde  $\mathbf{x}_D$  a  $\mathbf{x}_H$  je dolné, resp. horné ohraničenie zložiek vektora  $\mathbf{x}$ .

Vektorová účelová funkcia  $\mathbf{F}: R^n \rightarrow R^k$  je súčasťou priestoru kritériálnych funkcií  $R^k$  a je tvorená  $k$  skalárnymi kritériálnymi funkciami  $f_i: R^n \rightarrow R$  pre  $i = 1, \dots, k; k \geq 2$ .

Zavedením množiny obmedzujúcich podmienok v tvare systému  $r$  rovností a  $m$  nerovností (3)

$$g_s(\mathbf{x}) \leq 0, s = 1, 2, \dots, m; m \geq 0, h_l(\mathbf{x}) = 0, l = 1, 2, \dots, r; r \geq 0. \quad (3)$$

je v priestore rozhodovacích premenných určená *realizovateľná množina prípustných alternatív*  $\mathcal{X} \subseteq R^n$ . Obrazom  $\mathcal{X}$  v transformácii  $\mathbf{F}$  je podmnožina priestoru kritériálnych funkcií označená ako  $\mathcal{Z} = \mathbf{F}(\mathcal{X})$ . Tá predstavuje *dosiahnuteľnú množinu riešení* v priestore kritériálnych funkcií. Obr. 5 znázorňuje pohľad na vyhľadávací priestor riešení z hľadiska rozhodovacích premenných (množina  $\mathcal{X}$ ) aj z hľadiska

kritériálnych funkcií (množina  $Z$ ). Naznačené je aj mapovanie  $X \rightarrow Z$  pre trojkritériálny optimalizačný problém. Tieto dva pohľady súvisia s konceptom hľadania globálneho extrému pre vektorovú funkciu, ktorý bude ozrejmnený v ďalšom texte. Z dôvodu neexistencie úplného kanonického usporiadania na množine vektorov nie je otázka najlepšieho riešenia v tomto zmysle jednoznačne zodpovedateľná (Miettinen, 2012). Koncept, ktorý sa využíva pri objektívnom rozlíšení vhodných a nevhodných riešení z hľadiska riešenia MOP, je koncept *Pareto dominancie*, resp. *Pareto optimality* (Marler, 2004). Pre nájdenie týchto riešení, založenom na porovnaní vektorov v priestore kritérií, je nutné definovať preferenčný vzťah, ktorý zabezpečí na tomto priestore vznik usporiadanej množiny. Široko akceptovaná a najčastejšie v multikritériálnej optimalizácii využívaná je preferenčná relácia *Pareto dominancie* a na jej základe navrhnutý koncept *Pareto optimálnych* riešení ako riešení MOP. Definícia preferenčného vzťahu Pareto dominancie (Definícia 1) aj definície týkajúce sa pojmov Pareto optimality sú prevzaté z (Jaimes, 2011).

**Definícia1:** *Vzťah Pareto dominancie*

Uvažujme porovnanie dvoch vektorov  $\mathbf{z}^1 = (z_1^1, \dots, z_k^1)$  a  $\mathbf{z}^2 = (z_1^2, \dots, z_k^2)$  v kritériálnom priestore  $R^k$  vzhľadom na minimalizáciu všetkých kritérií.

Hovoríme, že vektor  $\mathbf{z}^1$  *Pareto dominuje* vektoru  $\mathbf{z}^2$  (resp. vektor  $\mathbf{z}^2$  je dominovaný vektorom  $\mathbf{z}^1$ ), čo symbolicky označujeme ako  $\mathbf{z}^1 \prec \mathbf{z}^2$ , vtedy a práve vtedy, ak:

$\forall_i \in \{1, \dots, k\} : z_i^1 \leq z_i^2$  pre všetky zodpovedajúce dvojice zložiek a súčasne

$\exists_i \in \{1, \dots, k\} : z_i^1 < z_i^2$  aspoň pre jednu dvojicu zložiek.

**Definícia1:** *Vzťah Pareto dominancie*

Uvažujme porovnanie dvoch vektorov  $\mathbf{z}^1 = (z_1^1, \dots, z_k^1)$  a  $\mathbf{z}^2 = (z_1^2, \dots, z_k^2)$  v kritériálnom priestore  $R^k$  vzhľadom na minimalizáciu všetkých kritérií.

Hovoríme, že vektor  $\mathbf{z}^1$  *Pareto dominuje* vektoru  $\mathbf{z}^2$  (resp. vektor  $\mathbf{z}^2$  je dominovaný vektorom  $\mathbf{z}^1$ ), čo symbolicky označujeme ako  $\mathbf{z}^1 \prec \mathbf{z}^2$ , vtedy a práve vtedy, ak:

$\forall_i \in \{1, \dots, k\} : z_i^1 \leq z_i^2$  pre všetky zodpovedajúce dvojice zložiek a súčasne

$\exists_i \in \{1, \dots, k\} : z_i^1 < z_i^2$  aspoň pre jednu dvojicu zložiek.

Ak sú kritériá konkurenčné, jeden vektor dominuje druhému vektoru práve vtedy, ak je lepší aspoň v jednej zložke a v žiadnej zložke nie je horší. Tie riešenia, ktoré nie sú

dominované žiadnym iným riešením, vytvárajú v realizovateľnej množine  $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$  prípustných riešení v priestore rozhodovacích (návrhových) premenných množinu Pareto optimálnych riešení. Nasledujúce definície 2 –4 špecifikujú pojem Pareto optimality, množiny Pareto optimálnych riešení a jej obrazu v priestore kritérií.

**Definícia 2: Pareto optimalita**

Riešenie  $\mathbf{x}^* \in \mathcal{X}$  je Pareto optimálne, ak neexistuje žiadne iné riešenie  $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ , pre ktoré platí  $f(\mathbf{x}) \prec f(\mathbf{x}^*)$ .

**Definícia 3: Pareto optimálna množina**

Pareto optimálna množina  $\mathcal{P}^*$  je množina Pareto optimálnych riešení

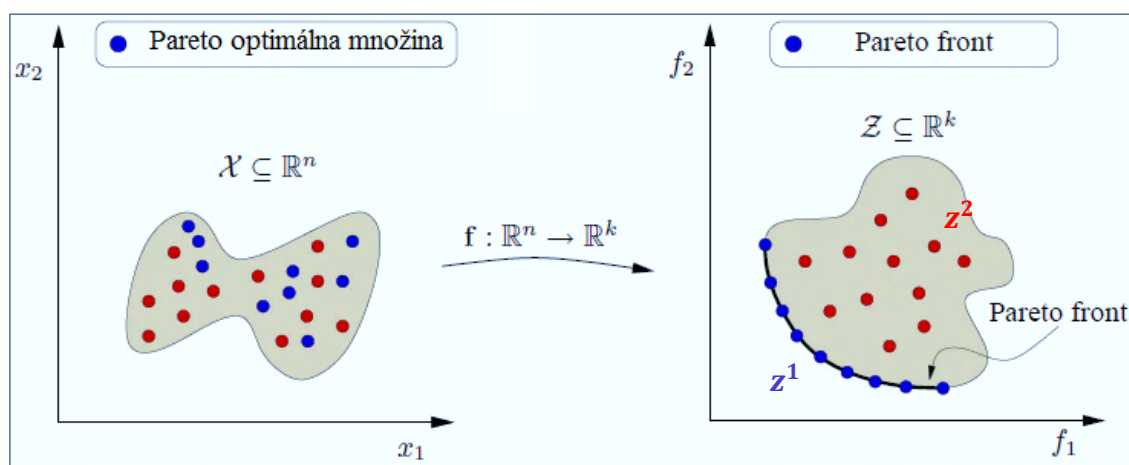
$$\mathcal{P}^* = \{\mathbf{x} \in \mathcal{X} \mid \nexists \mathbf{y} \in \mathcal{X} : f(\mathbf{y}) \prec f(\mathbf{x})\}. \quad (4)$$

**Definícia 4: Pareto rozhranie (Pareto front - PF)**

Pareto rozhranie  $\mathcal{PF}^*$  je obraz Pareto optimálnej množiny  $\mathcal{P}^*$  v transformácii  $f$ , lokalizovaný v priestore kritérií

$$\mathcal{PF}^* = \{F(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \mid \mathbf{x} \in \mathcal{P}^*\}. \quad (5)$$

Koncept Pareto optimálnej množiny a jej obrazu  $\mathcal{PF}^*$  je znázornený na obr.1.. Vidíme mapovanie bodov Pareto optimálnej množiny z priestoru rozhodovacích (návrhových) premenných na prislúchajúce nedominované body v priestore kritérií ležiace na Paretovom rozhraní. Pareto rozhranie je tvorené len nedominovanými vektormi. všetky prvky v Paretovej množine sú z hľadiska riešenia multikritériálneho problému navzájom rovnocenné, ale nemusia byť rovnocenné z hľadiska rozhodovacieho subjektu



Obr. 1. Pareto rozhranie tvorené krivkou v rovine pre dvojkritériálnu minimalizačnú úlohu (zdroj: Jaimes, 2011).

## 2 FORMULÁCIA RIEŠENÉHO PROBLÉMU

Pri optimalizácii cieľových parametrov výroby vzhľadom na dosahovanie produkčných zámerov je možné zaoberať sa problémami na rôznych úrovniach riadenia. V procese rozhodovania o efektívnych nastaveniach výrobného procesu zohráva na strednej úrovni riadenia (úrovni MES) dôležitú úlohu rozhodovací subjekt, ktorý by z množstva prípustných alternatív mal zvoliť tú, ktorá podporuje zvolenú výrobnú stratégiu definovanú na základe požiadavky maximálneho priblíženia sa výsledkov výroby ku hodnotám viacerých výrobných cieľov súčasne. Keďže ciele sú spravidla protichodné a konkurujú si, úlohu možno charakterizovať ako multikriteriálny optimalizačný problém (MOP). V multikriteriálnej optimalizácii s konfliktnými cieľmi neexistuje jediné optimálne riešenie (Ehrgott, 2005). Interakcia medzi rôznymi cieľmi vedie k vzniku množiny optimálnych riešení, známych predovšetkým ako kompromisy, nedominované alebo Pareto optimálne riešenia. Vo väčšine prípadov MOP je dokázané, že ich možno zaradiť medzi NP-hard problémy a v tom tkvie výzva ich riešiť.

Podstata riešenej multikriteriálnej optimalizačnej úlohy sa dá v tomto prípade zjednodušiť formulovať otázkou „Ako nakonfigurovať parametre pre vstupy materiálu do výrobného procesu, ak chceme pri zadaných obmedzeniach cieľov a určenej výrobnej stratégii dosahovať čo najlepšie hodnoty viacerých definovaných výrobných cieľov súčasne?“ Pretože ide o diskretný nelineárny kombinatorický optimalizačný problém, vo všeobecnosti riešenie nie je jednoduché. Možností nastavenia pre vstupy materiálu môže byť niekoľko stoviek tisíc až milióny v závislosti od počtu uvažovaných cieľov, veľkosti prehľadávaného priestoru a obmedzení, ktoré sú s nimi spojené. V práci sme sa zamerali na návrh a overenie postupu, prostredníctvom ktorého je možné nájsť množinu kompromisných riešení, ktoré spĺňajú obmedzujúce podmienky a požadované kritériá definované zvolenou výrobnou stratégiou. Na základe toho, že je nutné zohľadniť špecifiká výrobného systému, pre ktorý hľadáme riešenie, treba riešiť konkrétny optimalizačný problém pre množinu obmedzení naviazanú na príslušný výrobný systém, ktorého výrobu optimalizujeme. Získané kompromisné riešenia MOP, ktoré budú výsledkom navrhutej metodiky, budú buď priamo Pareto optimálne riešenia alebo ich aproximácia.

Postup je založený na simulačnom modelovaní, simulačnej optimalizácii s využitím metaheuristik a ďalších numerických metód. Proces zlepšovania simulačných modelov, a v rozšírení aj reálnych systémov, kombinujúci diskretnu udalosťami riadenú simuláciu a multikriteriálnu optimalizáciu sa súhrnne označuje ako multikriteriálna simulačná optimalizácia. Ako základný princíp vytvárania účelovej funkcie pre riešený problém diskretnej kombinatorickej multikriteriálnej optimalizácie bola zvolená a prori aplikovaná skalarizácia s využitím parametrických multikriteriálnych metód (Marler, 2004). Metódy dovoľujú relatívne jednoduché vytvorenie účelovej funkcie a implementáciu v rámci optimalizácie založenej na simulácii.

### 3 ROZHODOVANIE V RIADENÍ VÝROBY

Hlavnú aplikačnú oblasť multikriteriálnych metód, na ktorú sa sústreďujeme v dizertačnej práci, predstavuje riadenie výroby, preto je táto kapitola venovaná charakteristike súčasného stavu poznatkov v tejto sfére s ohľadom na špecifiká práce.

#### 3.1.Ciele riadenia vo výrobe

Riadenie výrobného procesu predstavuje najnižší stupeň riadenia a je riadením hmotného toku. Typické črty jednotlivých typov výroby a s nimi spojené základné ciele riadenia sú stručne zhrnuté v tab.1.

Tab. 1 Ciele riadenia vo vzťahu k typu výroby

| Výroba                | Kusová                                                                                                                                                                               | Sériová                                                                                                                                                                                                                                         | Hromadná                                                                                                                                                                            |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Vlastnosti</b>     | <ul style="list-style-type: none"> <li>– vysoká variabilita produktov</li> <li>– produkcia na základe objednávok</li> <li>– flexibilita vzhľadom na požiadavky zákazníkov</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>– menší počet typov produktov</li> <li>– výroba vo výrobných sériách</li> </ul>                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>– vysoký počet produktov jedného druhu</li> <li>– stabilizovaný priebeh procesu výroby</li> </ul>                                            |
| <b>Ciele riadenia</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>– splnenie záväzkov pri zákazkovej výrobe,</li> <li>– vysoká adaptabilita vo vzťahu k požiadavkám zákazníka</li> </ul>                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>– optimalizácia nákladov pri skladovaní polotovarov a zoradovaní strojov,</li> <li>– minimalizácia priebežných časov pri maximálnom využití strojov,</li> <li>– minimalizácia rozpracovanosti</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>– plynulý optimalizovaný tok materiálu,</li> <li>– maximálna produkcia pri minimálnych nákladoch a minimálnych priebežných časoch</li> </ul> |

## 3.2. Dilema riadenia

Pri riadení výroby sa často objavuje konflikt záujmov súvisiaci s tlakom vyvolaným požiadavkami trhu a zároveň možnosťami a cieľmi výroby. Dilema sa objavuje vždy, keď chce výrobný podnik sledovať naraz protichodné ciele. Marketingová filozofia cielená na vysokú variabilitu produktov vyrábaných v malých sériách a s krátkymi dodacími časmi je v konflikte s požiadavkou produkcie na väčšie výrobné série a maximálne využitie kapacít. V tomto prípade riadenie uprednostňujúce požiadavky produkcie vedie k rastu priebežných časov a rozpracovanosti výroby, čo negatívne ovplyvňuje plnenie dohodnutých termínov dodávok. Ďalšie protichodné požiadavky vychádzajú z cieľa minimalizovať náklady na skladovanie a zároveň náklady na pretypovanie zariadení pri zmenách v sortimente a takisto na zoraďovanie pri zmene veľkosti výrobných dávok. Podľa definície, ktorú uvádza Gregor (2000), veľkosť výrobnéj dávky je *„počet kusov, ktorý sa naraz spracováva na jednom pracovisku s jednorazovým vynaložením času a nákladov na jeho zoradenie“*. Veľkosť výrobnéj dávky výrazným spôsobom ovplyvňuje výrobné náklady, má vplyv na flexibilitu a rozpracovanosť výroby a tým aj priebežný čas výroby a využitie kapacít.

Na základe tejto stručnej analýzy konfliktov objavujúcich sa pri rozhodovaní možno uzavrieť, že vo výrobe nie je možné splniť súčasne všetky protichodné ciele naraz v plnej miere a preto je nutné vždy hľadať kompromisné riešenia. Typické riešenia takéhoto charakteru vznikajú riešením multikriteriálnych optimalizačných problémov využitím multikriteriálnych optimalizačných metód a metód multikriteriálneho rozhodovania.

### Problém multikriteriálnej optimalizácie pri rozhodovaní v riadení výroby

Rozhodovací proces v súvislosti s výrobným procesom definuje Balog (2017) ako *„súbor krokov, ktoré rozhodovací subjekt podniká s cieľom definovať plánovaný smer pre podnikateľské iniciatívy a určiť konkrétne akčné opatrenia“*. Medzi dôležité okruhy optimalizačných úloh riešených na najnižšej úrovni riadenia výroby patrí plánovanie a rozvrhovanie operácií. Zaraďujeme ich medzi sekvenčné úlohy s charakteristickými vlastnosťami NP-hard problému. Niektoré dopravné a logistické úlohy tiež možno klasifikovať ako rozhodovacie problémy typu optimálneho výberu, kde cieľom je usporiadať postupnosť činností prvkov systému (Balog, 2017). Tieto úlohy majú kombinatorický charakter, čo determinuje vyššiu, najmä časovú náročnosť riešenia.

Používané algoritmy sú obvykle implementované ako súčasť systémov počítačovej podpory pre operatívne plánovanie a riadenie výroby a patria najmä do kategórie heuristik.

## **Riešenie MOP v riadení výroby podporované simuláciou**

Z dôvodu zložitosti výrobných systémov v reálnych podmienkach, optimalizácia výroby v praxi iba analytickými metódami nie je väčšinou možná, je podporovaná najmä využitím holistického prístupu, ktorý je vlastný simulačným metódam. Modely simulujúce výrobný proces dokážu zachytiť relevantnú variabilitu, skryté väzby a systémové interakcie a tak poskytnúť informácie pre analýzy, predikcie a možnosti optimalizovať daný systém. Pre hľadanie optimálnych riešení pre komplexnejšie systémy sú v centre pozornosti približné metódy a metaheuristiky založené na stochastickom lokálnom prehľadávaní, technikách strojového učenia, najmä využitia umelých neurónových sietí, metód aplikujúcich fuzzy logiku a expertných systémoch. Ďalšia veľká skupina zahŕňa mnoho typov prírodou a evolučnou biológiou inšpirovaných optimalizačných metód (Coello, 2020). Medzi ne možno zaradiť evolučné algoritmy – EA, genetické algoritmy – GA optimalizáciu pomocou kolónie mravcov – Ant Colony Optimization – ACO, optimalizáciu rojom častíc – Particle Swarm Optimization – PSO a ich rôzne modifikácie a hybridné prístupy.

## **Riešenie MOP v riadení výroby podporované metamodelovaním**

Na hľadanie optimálneho súboru rozhodovacích premenných je možné použiť aj metamodel, ktorý je "modelom simulačného modelu". Keďže metamodely môžu bežať oveľa rýchlejšie ako základné (výpočtovo nákladné) simulačné modely, zvyčajne sa používajú ako aproximátor účelovej funkcie simulačného optimalizačného problému. Hlavným cieľom použitia simulačných metamodelov v oblasti riadenia výroby je najmä skrátiť čas potrebný na získanie podkladov pre rozhodovanie, či už sú to výsledky predikcie alebo výstupy z optimalizácie.

Li et al. (2010) ilustrovali na štúdiu systému malosériovej výroby, že metamodely možno zakomponovať do systémov podpory rozhodovania DSS (Decision Support Systems) s cieľom zvýšiť ich účinnosť a spoľahlivosť. Autori navrhli framework, ktorý integruje metamodel do genetického algoritmu. Systematicky porovnali päť často aplikovaných metamodelovacích techník v oblasti stochastických simulačných problémov

(ANN, Radial Basis Function – RBF, Support Vector Regression – SVR, Kriging a viacrozmerné adaptívne regresné splajny – MARS). S metamodelom na báze SVR dosiahli najlepšie výsledky z hľadiska presnosti a robustnosti.

### 3.3. Systémové podpory integrovaného riadenia výroby

Moderné trendy v optimalizácii výroby smerujú k riadeniu založenom na rozhodovaní podporenom dátovými analýzami, ktoré poskytuje rozšírená funkcionality MES (Manufacturing Execution System) systémov, pokročilých systémov plánovania APS (Advanced Planning and Scheduling) a BI (Business Intelligence) nástroje.

MES ako systém pre riadenie, monitoring, dokumentovanie a zlepšovanie výrobných procesov zodpovedá za realizáciu výrobných požiadaviek a detailný záznam reálnej výrobných histórie. Takisto zabezpečuje prenos aktuálnych údajov v reálnom čase z procesnej úrovne do úrovne riadenia podniku. Tieto systémy pokrývajú nielen zber a archiváciu údajov o výrobe v reálnom čase, ale aj ich matematické a štatistické vyhodnocovanie a analýzy, komplexnú vizualizáciu, sledovanie a riadenie výroby, podporu operatívnej údržby, atď. Riešenia umožňujú sledovať aktuálny stav materiálových zdrojov, dostupnosť pracovnej sily, stav rozpracovanej výroby a efektívne sledovať a merať výrobné procesy. Zozbierané údaje sú potom použité pre výpočet KPIs.

### 3.4. Systémy na podporu rozhodovania

Rastúca integrácia jednotlivých čiastkových informačných systémov a vyhodnocovanie dostupných údajov postupne transformuje analytické aktivity od deskriptívnych a diagnostických cez prediktívne až k preskriptívnym, ktoré budú mať stále silnejšiu podpornú úlohu pri rozhodovaní v riadení procesov. V ideálnom prípade sú rozhodnutia založené na analýze objektívnych faktov, ktoré sú v súčasnosti podporované pomocou simulácie, nástrojov Business Intelligence, resp. analytických nástrojov, ako sú systémy na podporu rozhodovania (Decision Support Systems – DSS) alebo expertné systémy (Expert Systems – ES).

Systémy na podporu rozhodovania možno vo všeobecnosti charakterizovať ako dátovo orientované informačné systémy, ktoré v interakcii s rozhodovacím subjektom využívajú simulačné a optimalizačné algoritmy a rozhodovaciu logiku. To umožňuje

identifikovať problém a následne hľadať a posudzovať alternatívy jeho riešenia. Samy o sebe nenahrádzajú úlohu DM, ale predkladajú množinu variantov, pričom vyhodnocujú dopady ich dôsledkov a prípadne kvantifikujú riziká a tým uľahčujú proces realizácie informovaných rozhodnutí. Ich funkcionálna je daná typom použitia a možnosťami interakcie s používateľom, ktorú DSS poskytuje a podľa týchto dvoch hlavných kritérií možno kategorizovať DSS z hľadiska taxonómie. Vzhľadom na intenzitu vzájomnej interakcie systému a užívateľa možno rozlišovať DSS ako typ aktívny, kooperatívny alebo pasívny. Druhá taxonómia (tab.2) delí DSS podľa účelu na tie, ktoré sú ako podpora orientované na komunikáciu, údaje, dokumenty, znalosti alebo riadené modelmi.

Tab. 2 Rozdelenie DSS z hľadiska použitia (spracované podľa Felsberger et al., 2016)

| Typ DSS                                                  | Charakteristika                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Orientovaný na komunikáciu (communication-driven)</b> | Osobitne sa zameriava na spoluprácu, komunikáciu a spoločné rozhodnutia pri práci v tíme, umožňuje rozhodovacím subjektom koordinovať činnosti a zdieľať informácie.                                                                                                                       |
| <b>Orientovaný na dáta (data-driven)</b>                 | Vyžaduje získavanie údajov v reálnom čase, resp. prístup k interným a externým historickým dátam.                                                                                                                                                                                          |
| <b>Orientovaný na dokumenty (document-driven)</b>        | Integruje technológie pre zber, ukladanie a spracovanie neštruktúrovaných informácií v elektronických dokumentoch ako asistenciu pre DM pri získavaní informácií.                                                                                                                          |
| <b>Orientovaný na znalosti (knowledge-driven)</b>        | Odvodzuje konkrétne odporúčania pre DM na základe znalostí z konkrétnej expertnej oblasti uložené ako fakty, pravidlá a procedúry.                                                                                                                                                         |
| <b>Riadený modelom (model-driven)</b>                    | Poskytuje vzhľad do riešeného problému prostredníctvom analýzy na základe matematických, štatistických a optimalizačných modelov a výstupov zo simulačných modelov. Vstupom pre model sú parametre nutné na posúdenie situácie. Súčasťou sú aj systémy využívajúce techniky dolovania dát. |

Dôležitým typom kvantitatívneho modelu, používaného v tej kategórii DSS, ktoré sú riadené modelmi, je simulačný model, ktorý aproximuje správanie reálneho systému.

### 3.5.Perspektívy zmien v riadení výroby

Silným trendom v súvislosti s presadzovaním konceptu Industry 4.0 (Priemysel 4.0) a technológie priemyselného internetu vecí – Industrial Internet of Things (IIoT) je prechod na digitálnu transformáciu výroby založenú na úplnej integrácii údajov určených

pre ďalšie spracovanie. Nárast objemu dát a zároveň aj informácií v nich ukrytých disponuje vysokým potenciálom tieto informácie dolovať a využiť ich aj v systémoch na podporu rozhodovania.

## 4 METÓDY VIACKRITERIÁLNEHO ROZHODOVANIA

### 4.1 Metódy viackriteriálneho hodnotenia variantov

Najrozšírenejšie rozhodovacie postupy vo viackriteriálnom hodnotení variantov vychádzajú všetky z rovnakého princípu: podľa vybraných kritérií sa posúdi niekoľko alternatív riešenia problému a stanoví sa ich poradie, odlišujú sa však v spôsobe, akým sa určuje váha uvažovaných kritérií a ako sa kvantitatívne hodnotí úroveň, na ktorej jednotlivé alternatívy riešenia napĺňajú zvolené kritériá (Máca, 2002). Patria sem

- Metóda rozhodovacej matice (DMM – Decision Matrix Method)
- Analytický hierarchický proces (AHP – Analytic Hierarchy Process)
- Metóda preferencie podľa podobnosti ideálnemu riešeniu TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)
- Metóda lexikografického usporiadania (Lexicographical ordering)
- Teória úžitku (Utility function)

Väčšina metód viackriteriálneho rozhodovania vyžaduje rozlíšenie kritérií podľa ich významnosti. Kvantitatívne vyjadrenie tejto významnosti je možné pomocou váh (čím je kritérium významnejšie, tým je jeho váha väčšia).

### 4.2 Metódy multikriteriálnej optimalizácie

Metódy multikriteriálnej optimalizácie ako metódy riešenia MOP možno kategorizovať z viacerých pohľadov. Podľa počtu riešení, ktoré konkrétna metóda zachytáva, môžeme odlíšiť:

- parametrické metódy použité s vopred určenými preferenciami, kedy získame aproximáciu práve jedného riešenia lokalizovaného podľa nastavených parametrov metódy;

- parametrické metódy s postupnou zmenou parametrov pre metódy s preferenciami určenými po skončení výpočtu.

Rozdelenie z pohľadu načasovania preferencií rozhodovateľa zahŕňa:

- metódy s vopred vyjadrenými preferenciami (methods with a priori articulation of preferences);
- metódy s vyjadrením preferencií po získaní riešenia (methods with a posteriori articulation of preferences);
- metódy s neznámymi preferenciami (methods with no articulation of preferences).

## **Metódy s vopred (a priori) vyjadrenými preferenciami**

Základom a priori metód sú *skalarizačné multikriteriálne metódy*, kde sa namiesto vektorovej funkcie sa optimalizuje skalárna, čo zjednodušuje a rozširuje možnosti riešenia. Priority kritérií sú známe na začiatku optimalizačného procesu. Metóda založená na vyjadrení preferencií vopred predpokladá konštrukciu skalárnej účelovej funkcie a jej jednokriteriálnu optimalizáciu s cieľom maximalizovať naplnenie jednotlivých agregovaných kritérií. Alternatívne techniky využívajú aj definíciu aspiračných úrovní a všetky prístupy tak vytvárajú parametrické optimalizačné modely.

Napriek tomu, v simulačnej optimalizácii je to jeden z najľahšie implementovateľných prístupov. Patrí tu napr.:

- Vážená súčtová metóda (Weighted Sum Method);
- Metóda váženého globálneho kritéria (Weighted Global Criterion Method);
- Vážená min-max metóda (Weighted min-max method);
- Metóda váženého exponenciálneho kritéria (Weighted Exponential Criterion Method);
- Vážená súčinová metóda (Weighted Product Method);
- Cieľové programovanie (Goal Programming);
- Metóda cieľového výsledku (Goal Attainment Method);
- Metóda  $\varepsilon$ -obmedzenia (The  $\varepsilon$  - Constraint Method);
- Metóda lexikografického zoradovania (Lexicographic Ordering Method);

## **Metóda váženého globálneho kritéria (Weighted global criterion method)**

Patrí medzi najviac používané skalarizačné metódy v oblasti multikriteriálnej optimalizácie. Všetky účelové funkcie sú agregované do jednej skalárnej funkcie, ktorej

parametre sa používajú na modelovanie preferencií. účelová funkcia  $U$  je vyjadrená v tvare váženého exponenciálneho súčtu (6) kritériálnych funkcií s reálnym exponentom  $p$  a vektorom váh  $w$ :

$$U = \sum_{i=1}^k w_i [F_i(x)]^p, F_i(x) > 0 \forall i, \quad (6)$$

Vektor váh  $w$ , definovaný DM, odráža relatívnu dôležitosť cieľov, pričom platí, že  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$  a  $w > 0$ . Najčastejšie modifikujú pomocou zavedenia hodnoty utopického bodu  $F_i^0$ :

$$U = \left\{ \sum_{i=1}^k w_i [F_i(x) - F_i^0]^p \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (7)$$

## **Vážená súčtová metóda (Weighted Sum Method)**

V skalárnej účelovej funkcii sa zlučujú všetky jednotlivé kritériálne funkcie do lineárnej kombinácie s použitím rôznych váhových koeficientov pre každú z nich. Multikritériálna optimalizačná úloha je transformovaná do skalárnej optimalizačnej úlohy (8):

$$\min \sum_{i=1}^k w_i F_i(x), \quad (8)$$

kde  $w_i \geq 0$  sú váhové koeficienty pre relatívnu dôležitosť jednotlivých cieľov, pričom predpokladáme, že  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ . Riešenia zachytávané pomocou optimalizačného modelu (8) sa menia v závislosti od hodnoty váhových koeficientov. Váhy treba chápať ako parametre, ktorých variáciou sa mení lokalizácia bodov v Paretovej množine. Metóda nedokáže vygenerovať Pareto optimálne riešenia v nekonvexných častiach Pareto rozhrania.

## **Vážená min-max metóda (Weighted min-max method)**

Definícia váženej min-max metódy alebo aj váženej Čebyševovej metódy je formulovaná takto:

$$U = \max_i \{w_i [F_i(x) - F_i^0]\}, \quad (9)$$

kde  $F_i^0$  reprezentuje zložku vektora utopických hodnôt. Vzťah (19) je limitným prípadom metódy váženého globálneho kritéria pre  $p \rightarrow \infty$ , preto dovoľuje nájsť kompletnú Pareto optimálnu množinu pri variácii váh. Modifikáciou tejto metódy je funkcia  $U$  definovaná v tvare (10)

$$U = \max_i \{w_i [F_i(x) - F_i^0]\} + \varrho \cdot \sum_j^k w_j [F_j(x) - F_j^0], \text{ resp.} \quad (10)$$

## **Vážená súčinová metóda (Weighted product method)**

Bez nutnosti transformácie kritériálnych funkcií možno použiť skalarizáciu súčinom podľa vzťahu (11) (Marler, 2004):

$$U = \prod_{i=1}^k [F_i(x)]^{w_i}, \quad (11)$$

kde  $w_i$  predstavuje váhy, odrážajúce relatívnu dôležitosť kritériálnych funkcií. Podľa Marlera (2004) vplyv váh na lokalizáciu optimálnych riešení nie je úplne jasný a metóda môže vytvárať vznik nelinearit v účelovej funkcii.

## **Metóda exponenciálneho váženého kritéria (Exponential weighted criterion)**

Pre zachytávanie bodov na nekonvexných častiach Pareto rozhrania bola navrhnutá metóda exponenciálneho váženého kritéria, ktorá je formulovaná vzťahom (12):

$$U = \sum_{i=1}^k (e^{pw_i} - 1) e^{pF_i(x)}. \quad (12)$$

Argument v sume predstavuje individuálnu účelovú funkciu  $F_i(x)$ . Minimalizácia  $U$  vo vzťahu (22) poskytuje nutnú aj postačujúcu podmienku pre Pareto optimálnosť pri riziku číselného pretečenia pre vysoké hodnoty  $p$ .

## **Metóda viacnásobnej odozvy (Multiple Response Method)**

Iným numerickým prístupom je optimalizácia viacerých cieľových funkcií súčasne založená na maximalizácii funkcie vhodnosti  $D$ , tzv. *Desirability function*. Montgomery (2019) uvádza metódu viacnásobnej odozvy (Multiple Response Method), ktorá využíva účelovú funkciu  $D$  vyjadrenú ako geometrický priemer jednotlivých čiastkových odoziev  $d_i$ . Vzťah (13) definuje hodnotu  $d_i$ , ak cieľová hodnota  $T$  pre odozvu  $y$  je maximálna hodnota. Vzťah (14) definuje hodnotu  $d_i$ , ak cieľová hodnota  $T$  je minimálna hodnota.

$$d_i = \begin{cases} 0 & y < L \\ \left(\frac{y-L}{T-L}\right)^r & L \leq y \leq T \\ 1 & y > T \end{cases} \quad (13)$$

$$d_i = \begin{cases} 1 & y < T \\ \left(\frac{U-y}{U-T}\right)^r & T \leq y \leq U \\ 0 & y > U \end{cases} \quad (14)$$

Exponent  $r$  určuje, akým spôsobom je dosahovaná hodnota cieľa  $T$ . V prípade  $r = 1$  funkcia  $D$  lineárne rastie smerom k  $T$ ; v opačnom prípade hodnota  $r$  spôsobuje konvexnosť

resp. konkávnosť funkcie. Pre  $k$  transformovaných odoziev  $d_i$  je simultánna účelová funkcia  $D$  geometrickým priemerom (25) všetkých  $d_i$ :

$$D = \left( \prod_{i=1}^k d_i \right)^{1/k} \quad (15)$$

### **Metódy s vyjadrením preferencií po získaní riešení (a posteriori preference articulation methods)**

Tento prístup si nevyžaduje intenzívnu účasť DM počas procesu generovania alternatív, preferencie rozhodovateľa sa konzultujú až po výpočte efektívnych riešení.

Typické metódy z tejto kategórie sú:

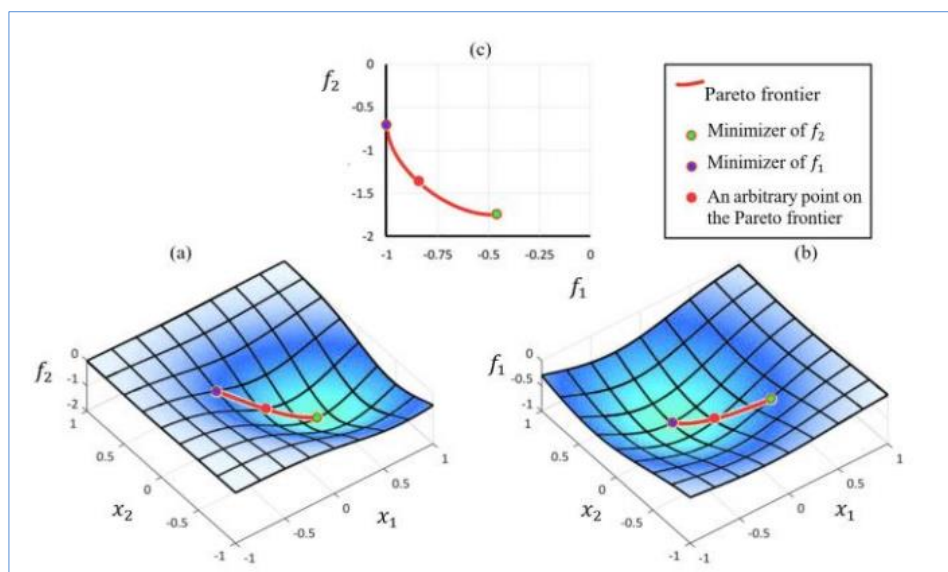
- Vážená súčtová metóda (Weighted Sum Method) s postupnou zmenou váh
- Metóda normálového hraničného priesečníka (Normal boundary intersection method);
- Metóda normálového obmedzenia (Normal constraint method);
- Multikriteriálne optimalizačné evolučné algoritmy (MOEA).

V podmienkach multikriteriálnej optimalizácie je najčastejšie využívaný a veľmi efektívny algoritmus NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm) a jeho modifikácie vďaka presnosti, dobrej konvergencii a diverzifikácii riešení na Pareto rozhraní (Deb et al., 2002). Vylepšením tohto algoritmu je NSGA-III, ktorý v porovnaní s inými algoritmami vykazuje lepšiu výkonnosť pre viac ako tri ciele. Algoritmus NSGA-III pracuje s referenčnými bodmi v priestore kritérií, ktoré sú zadané alebo vypočítané používateľom s cieľom ďalej diverzifikovať riešenia. Aj keď sú tieto algoritmy efektívne, pri použití metaheuristických algoritmov multikriteriálnej optimalizácie vždy získavame iba aproximáciu Pareto rozhrania, pretože presné Pareto rozhranie je neznáme.

#### **4.2.1. Vizualizačné metódy pre zobrazenie Paretovho rozhrania**

Vizualizácia Paretovho rozhrania predstavuje tiež jednu z metód multikriteriálnej optimalizácie pri použití techník s preferenciami vyjadrenými v závere procesu rozhodovania spojeného s výberom riešení.

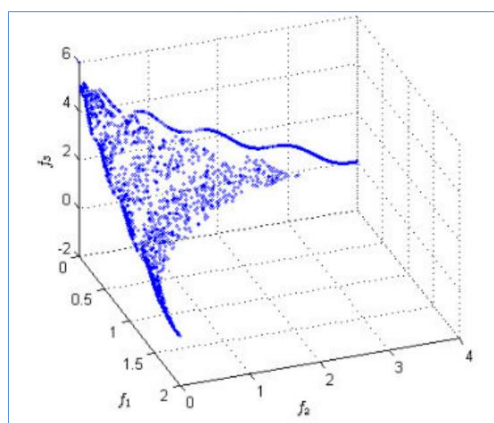
Ak uvažujeme multikriteriálny problém dvojzložkovej vektorovej účelovej funkcie, možno riešenia na Paretovom rozhraní znázorniť bodmi na tzv. kompromisnej (trade-off) krivke v rovine (obr. 2).



Obr. 2 Paretovo rozhranie - kompromisná krivka v rovine (zdroj: Nagy, 2020)

Pre trojzložkovú vektorovú účelovú funkciu ležia prvky množiny Pareto optimálnych riešení na ploche v trojdimenzionálnom kritériálnom priestore (obr. 3).

Pri multikritériálnej optimalizácii je vizualizácia výsledkov pre viac ako tri ciele zložitá. V prípade  $k$  - dimenzionálnej vektorovej účelovej funkcie, kde  $k > 3$ , už priama vizualizácia Pareto optimálnych riešení ležiacich na hyperploche v danom priestore nie je možná. Body v hyperpriestore sa bežne chápu len ako matematické abstrakcie, ale je ešte možné zachytiť a vizualizovať štvrtý a piaty rozmer pomocou farieb a odtieňov.



Obr. 3 Paretovo rozhranie – kompromisná plocha v priestore (zdroj: Amin, 2016)

Ďalším prístupom, ako zjednodušiť pohľad na množinu riešení MOP bez zásadnej straty informácie, je znižovanie dimenzionality priestoru prostredníctvom multidimenzionálneho škálovania (MDS) alebo použitím analýzy hlavných komponentov

(PCA). MDS technika pri prechode do priestoru s nižšou dimenziou zachováva vzdialenosti, naopak PCA zachováva rozptyl dát.

#### 4.2.2. Metódy s neznámymi preferenciami

Pri týchto metódach nie sú dostupné žiadne informácie o preferenciách. Zvyčajne nachádzajú riešenie, ktoré poskytuje dobrú bilanciu medzi cieľmi, čo typicky predstavuje riešenia v blízkosti „stredy“ množiny efektívnych riešení. Metódy s neznámymi preferenciami zahŕňajú:

- Metódy globálneho kritéria (Global criterion methods);
- Nashova arbitrážna a cieľovo súčinová metóda (Nash arbitration and objective product method);
- Raova metóda (Rao's method).

#### 4.2.3. Transformácie kritériálnych funkcií

Existujú rôzne spôsoby, ako zabezpečiť bezrozmernosť kritériálnych funkcií, ktoré vstupujú do optimalizácie. Detailný popis jednotlivých transformácií je uvedený v (Marler, 2004). Z nich najrobustnejšia metóda, určená na transformáciu účelových funkcií bez ohľadu na ich pôvodný rozsah, využíva horné a dolné ohraničenie cieľovej funkcie a je určená v prípade minimalizácie vzťahom (16).

$$F_i^{transf} = \frac{F_i(x) - F_i^0}{F_i^{max} - F_i^0}. \quad (16)$$

Po normalizácii funkcia  $F_i^{transf}(x)$  nadobúda hodnoty z intervalu  $<0;1>$ . Tie závisia najmä od metódy a presnosti, s akou sa určí  $F_i^{max}(x)$  a hodnota utopického bodu  $F_i^0$ . Na určenie hodnoty utopického bodu  $F_i^0$  sa najčastejšie využíva expertný odhad jeho hodnoty.

Niektoré optimalizačné techniky vyžadujú definovať dolné a horné hranice Pareto rozhrania, ktoré sú definované pomocou súradníc *ideálneho* bodu a *nadir* bodu. Myšlienka definície polohy týchto bodov vychádza z optimalizácie jednotlivých kritériálnych funkcií. Pre každú z  $K$  konfliktných cieľových funkcií existuje jedno optimálne riešenie odlišné od ostatných. Cieľový vektor, ktorého zložky sú jednotlivé optimálne hodnoty

kriteriálnych funkcií, vytvára *ideálny vektor*  $\mathbf{z}^*$  v priestore kritérií. Nasledujúca definícia je prevzatá z (Nagy, 2020):

Nech  $\mathbf{x}^{0(k)} = [x_1^{0(k)}; x_2^{0(k)}; \dots; x_n^{0(k)}]$  je vektor návrhových premenných, ktorý optimalizuje (minimalizuje alebo maximalizuje)  $k$ -tu cieľovú funkciu  $f_k(\mathbf{x})$ . Tento vektor sa nazýva *ideálne riešenie* alebo *ideálny návrhový vektor*. Na určenie tohto riešenia by sa mali nájsť minimálne (alebo maximálne) dosiahnuteľné hodnoty cieľa pre každú kriteriálnu funkciu samostatne. Za predpokladu, že toto minimum (alebo maximum) každej  $k$ -tej kriteriálnej funkcie by sa dalo nájsť ako

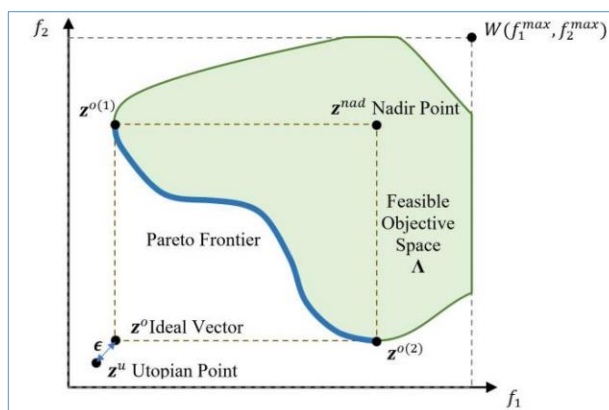
$$f_k^0 = f_k(\mathbf{x}^{0(k)}) = \text{opt } f_k(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathcal{X} \subset R^n, k = 1, 2, \dots, K, \quad (17)$$

potom vektor  $\mathbf{z}^0 = \mathbf{f}^0 = [f_1^0, f_2^0, \dots, f_K^0]^T$  je *ideálny cieľový vektor* (*ideálny bod*) pre MOP. Vo všeobecnosti ideálny bod  $\mathbf{z}^0$  zodpovedá neexistujúcemu riešeniu, pretože optimum riešenia pre každú funkciu nemusí byť rovnaké. *Riešenie*  $\mathbf{z}^0$  sa používa ako referenčné riešenie. Čím je iné nájdené riešenie k nemu bližšie, tým je lepšie. Navyše mnohé algoritmy vyžadujú informáciu o dolnom obmedzení pre každú cieľovú funkciu, aby bolo možné urobiť normalizáciu cieľových hodnôt v spoločnom rozsahu.

Na druhej strane, niektoré algoritmy môžu vyžadovať riešenie, ktorého cieľová hodnota je prísne lepšia (a nie rovnaká) ako riešenie v návrhovom priestore. Na tento účel je zavedený *utopický cieľový vektor* (*utopický bod*)  $\mathbf{z}^u$ , ktorý je definovaný tak, že má každú zo svojich zložiek mierne menšiu (v prípade minimalizácie) ako ideálny cieľový vektor, t.j.

$$z_i^u = z_i^0 - \varepsilon_i, \text{ kde } \varepsilon_i > 0 \text{ pre } \forall i = 1, 2, \dots, K. \quad (18)$$

Geometrická interpretácia a poloha ideálneho bodu a utopického bodu je na obr. 4.



Obr. 4 Význačné body pre normalizáciu cieľových funkcií (zdroj: Nagy, 2020)

## 5 CIELE DIZERTAČNEJ PRÁCE

V súlade s hlavným cieľom práce, ktorým je identifikovať vhodné metódy multikriteriálnej optimalizácie a overiť možnosti ich uplatnenia pri rozhodovaní v riadení výrobného systému, konkrétne čiastkové ciele dizertačnej práce boli rozvrhnuté do nasledujúcich bodov:

1. charakterizovať rozhodovacie problémy a konflikty cieľov vo výrobe;
2. posúdiť možnosti podpory rozhodovania v riadení výroby v súvislosti s riešením problému multikriteriálnej optimalizácie;
3. identifikovať vhodné metódy multikriteriálnej optimalizácie a viackriteriálneho hodnotenia variantov v kontexte aplikácie na zvolený riešený problém rozhodovania v riadení výroby;
4. aplikovať vybrané metódy na riešenie optimalizačného problému pre zvolený systém;
5. vyhodnotiť vplyv aplikovaných metód na lokalizáciu Pareto optimálnych riešení z hľadiska stratégie riadenia výroby;
6. získať približné riešenie MOP pomocou aproximácie cieľových funkcií vstupujúcich do multikriteriálnej optimalizácie;
7. porovnať a zhodnotiť získané výsledky.

### Charakteristika objektu skúmania

Východiskom pri analýze vhodných multikriteriálnych metód a ich následnom použití pre vytvorenie alternatív pre rozhodovanie o nastavení vstupnej konfigurácie systému pre zvolenú stratégiu riadenia sú simulačné a optimalizačné experimenty. Tieto sú realizované na vybranom modelovom objekte, ktorý predstavuje diskretnými udalosťami riadený simulačný model. Experimentálny simulačný model reprezentuje výrobný systém pre diskretnú sériovú výrobu, pracujúci v dávkovom režime. Takýto výrobný proces je charakteristický tým, že polotovary a rozpracované výrobky sa pohybujú medzi jednotlivými pracoviskami v dávkach v presne určených časových intervaloch a finálne produkty sú nezávislé a diskkrétne. Práve efektívne nastavenie vstupov – parametrov pre časy a dávky vstupujúcich spracovávaných výrobkov – je kľúčové pre dosahovanie zvolenej výrobnej stratégie a je predmetom riadenia výrobného systému s cieľom optimalizovať vybrané výrobné ciele.

Modelový výrobný systém je mierne zidealizovaný, je plne deterministický – počas simulácie sa nemenia vnútorné parametre modelu a hodnoty vektora výrobných cieľov, ktorý vstupuje do multikriteriálnej optimalizácie, získavame vždy v tom istom čase po začiatku simulácie (zvolená je hodnota 1440 min. t.j. jednu pracovnú zmenu po nábehovej perióde 100 min.).

**Vstupy do simulačného modelu:** Optimalizácia výroby znamená nájsť efektívnu konfiguráciu vstupných parametrov systému, aby sa zabezpečili požadované parametre výroby. Hodnoty vstupných premenných pre zvolený simulačný model sú určené konfiguráciou vstupov materiálového toku do výrobného procesu. Konkrétne sú uvažované diskkrétne kladné celočíselné hodnoty veľkosti dávok a reálne hodnoty intervalov vstupov pre každú vstupujúcu súčiastku (Part), ktorá vchádza do výrobného procesu (tab.3).

Tab. 3 Prípustné rozsahy rozhodovacích premenných

| Rozhodovacie premenné $x_i$ | Rozsah hodnôt |
|-----------------------------|---------------|
| Davka_V1 .Value [ks]        | <2;10>        |
| Davka_V2 .Value [ks]        | <2;10>        |
| IAT_V1 .Value [min.]        | <5;50>        |
| IAT_V2 .Value [min.]        | <5;50>        |

**Výstupy zo simulačného modelu:** štyri výrobné ciele (pracuje sa s priemernými hodnotami kvôli redukcii dimenzionality kritériálneho priestoru alternatív):

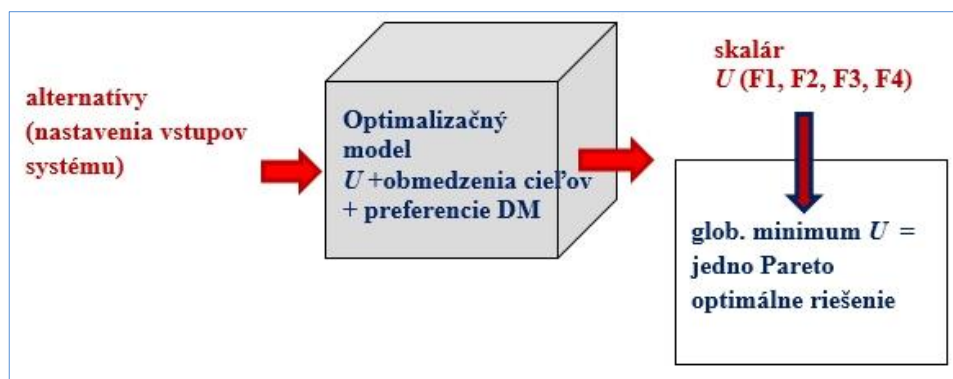
- priemerný počet vyprodukovaných kusov výrobkov;
- priemerný priebežný čas výroby;
- priemerné jednotkové náklady na jeden výrobok;
- priemerné využitie strojov.

## 6.2 Koncept riešenia

Problém multikritériálneho rozhodovania, prameniáci z konfliktu výrobných cieľov, aplikovaný na zvolený modelový výrobný systém, je rozdelený do dvoch fáz a vzhľadom na komplexnosť systému riešený s využitím simulačného prístupu. Pri riešení MOP sú v oboch fázach aplikované vybrané skalarizačné metódy multikritériálnej optimalizácie v usporiadaní s vopred vyjadrenými preferenciami uvedené v prehľade multikritériálnych metód. Alternatívy pre rozhodovanie boli hľadané ako body Pareto optimálnej množiny pomocou optimalizačných experimentov. Tým predchádzali prípravné simulačné experimenty a experimenty zamerané na zistenie referenčných riešení pre riešený MOP.

Výsledkom optimalizácie je práve jedno riešenie z Pareto množiny optimálnych riešení. Postupnou zmenou parametrov skalarizačnej metódy sa dá obsiahnuť aproximácia množiny Pareto optimálnych riešení. Je však dokázané, že niektoré skalarizačné funkcie (napr. vážená súčtová metóda) nedokážu aproximovať riešenia v nekonvexnej časti Pareto rozhrania, preto treba použiť viacero metód.

a) V prvej fáze hľadania optimálnych riešení sú vytvorené pre daný MOP optimalizačné modely a na jeho riešenie sú využité metódy simulačnej optimalizácie. Vopred poznáme preferencie DM (pri vážených skalarizačných metódach sú preferencie vyjadrené váhami). Vytvorením skalárnej multikritériálnej účelovej funkcie ako funkcie vektora výrobných cieľov a jej jednokritériálnou minimalizáciou založenou na simulácii získame práve jedno riešenie z množiny Pareto optimálnych riešení (obr. 5).

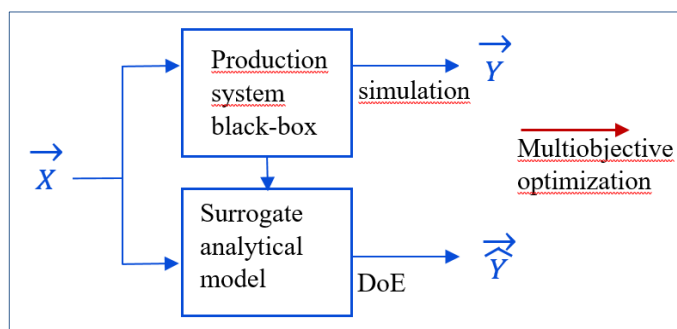


Obr. 5 Schéma simulačnej optimalizácie pre skalarizačné funkcie s vopred určenými preferenciami

Okrem hľadania samotných riešení sa v tejto fáze hľadajú odpovede na výskumné otázky súvisiace s vplyvom použitej metódy a zahrnutých referenčných bodov na lokalizáciu riešení Pareto optimálnej množiny.

V závere procesu výberu najvhodnejších alternatív pre konkrétnu výrobnú stratégiu sa získané riešenia porovnávajú metódami viackriteriálneho hodnotenia variantov.

b) V druhej fáze sú optimalizačné modely vytvorené pomocou simulačného metamodelovania a MOP je riešený pomocou numerických metód (obr. 6).



Obr. 6 Schéma konceptu optimalizácie s využitím metamodelu

Pri tomto prístupe sa do skalárnej multikriteriálnej účelovej funkcie začlenia aproximačné funkcie, ktoré analyticky vyjadrujú štyri výrobné ciele. Účelová funkcia sa následne minimalizuje pri zadaných obmedzeniach s ohľadom na apriórne definované preferencie požadované vybranými metódami MOO. Metamodely sú vytvárané metódou plánovaného experimentu (Design of Experiments – DoE) realizovaného na simulačnom modeli a vytvorením metamodelu black-box funkcie vektora výrobných cieľov metódou odozvovej plochy (Response Surface Method – RSM). Pre porovnanie ako aproximátor pre vyjadrenie metamodelu black-box funkcie výrobných cieľov je možné použiť neurónovú

sieť so spätným šírením chyby, pričom trénovacia množina bude vygenerovaná prostredníctvom simulácie s pomocou plánu experimentu, vygenerovaným metódami DoE.

## 7 EXPERIMENTÁLNA ČASŤ

Experimentálna práca pozostávala z viacerých typov experimentov. Prvé boli prípravné a slúžili na získanie základných informácií o správaní sa systému pod rôznym zaťažením. Následne boli realizované optimalizačné experimenty zamerané na jednokriteriálnu optimalizáciu. Boli potrebné pre určenie referenčných bodov, ktoré predstavujú najlepšie a najhoršie hodnoty výrobných cieľov a ktoré vstupujú do transformácií individuálnych cieľových funkcií vo vyjadrení účelovej funkcie pri samotnej multikriteriálnej optimalizácii. Najvýznamnejšou skupinou boli optimalizačné experimenty, ktorých cieľom bolo otestovať vplyv vybraných multikriteriálnych metód a spôsobov transformácie cieľových funkcií na lokalizáciu bodov na Pareto rozhraní pri rovnakých nastaveniach preferenčných váh. Získané výsledky boli na záver porovnané a posúdené z hľadiska vplyvu parametrov aplikovaných metód na lokalizáciu bodov Pareto rozhrania v priestore kritérií, resp. efektívnych riešení v priestore rozhodovacích premenných. Poslednou časťou experimentálnej práce bol návrh a realizácia postupu pre získanie približného riešenia skúmaného MOP prostredníctvom aproximačných modelov kriteriálnych funkcií vstupujúcich do multikriteriálnej optimalizácie s využitím numerických metód.

### 7.1 Simulačný a optimalizačný model

Experimentálnym objektom, na ktorom boli testované vybrané multikriteriálne metódy s cieľom nájsť množinu riešení ako podporu pre rozhodovanie, bol systém sériovej výroby, pracujúci v dávkovom režime, ktorý vyrába dve rôzne produkty V1 a V2 s deterministicky definovaným hmotným tokom, časmi operácií, časmi zoraďovania a takisto jednoznačne určenými nákladmi na zoraďovanie a skladovanie. Tvorí ho osem pracovných staníc využívajúcich automatizované, paralelne pracujúce stroje. Výroba prebieha automatizovane, ale vyžaduje prácu troch operátorov zabezpečujúcich prestavovanie tých strojov, ktoré spracovávajú obidva typy produktov. V záverečnej fáze výroby prebieha spracovanie každého výrobku osobitne. Simulačný model predstavuje

základ pre generovanie hodnôt cieľov výroby prostredníctvom výstupov zo simulácie a slúži aj pre verifikáciu výsledkov numerických výpočtov v záverečnej časti práce. Po doplnení o účelové funkcie a obmedzenia získal charakteristiky optimalizačného modelu. Rozsah vstupných hodnôt je určený hodnotami v tab.3. Obmedzenia cieľov z hľadiska limitov výrobného systému určených jeho štruktúrou a vnútornými parametrami sú uvedené v tab. 4. Sú to zároveň hranice pre najhoršie a pre DM už neakceptovateľné hodnoty výrobných cieľov.

Tab. 4 Obmedzenia kritériálnych funkcií

| Výrobný cieľ $F_i$          | Obmedzenie cieľa |
|-----------------------------|------------------|
| Náklady na 1 ks [€]         | $f_1 \leq 16$    |
| Využitie pracovísk [%]      | $f_2 \geq 60$    |
| Počet vyrobených [ks]       | $f_3 \geq 230$   |
| Priebežný čas výroby [min.] | $f_4 \leq 550$   |

## 7.2 Optimalizačné experimenty – jednokritériálna optimalizácia

Prostredníctvom jednokritériálnej optimalizácie, využívajúcej simuláciu, boli hľadané najlepšie a najhoršie hodnoty jednotlivých individuálnych kritériálnych funkcií pri zadaných obmedzeniach cieľov. Najlepšie hodnoty cieľových funkcií definujú v ďalšom postupe riešenia zložky nedosiahnuteľného *ideálneho bodu*, ktorý hrá úlohu vo vyjadrení transformácie účelových funkcií pri ďalších optimalizačných experimentoch.

## 7.3 Optimalizačné experimenty – multikritériálna optimalizácia

Na generovanie riešení MOP boli aplikované parametrické skalarizačné multikritériálne metódy v definícii s vopred známymi preferenciami reprezentovanými prostredníctvom váh, nastavených na hodnotu 0,25. Všetky navrhnuté optimalizačné modely získavali hodnoty účelovej funkcie zo simulácie. Priestor rozhodovacích premenných bol definovaný rovnako ako pre jednokritériálnu optimalizáciu v tab. 6 a obmedzenie oboru hodnôt pre jednotlivé cieľové funkcie uvedené v tab. 4. Vyjadrenia jednotlivých skalárnych multikritériálnych účelových funkcií, vytvorených na základe rôznych techník skalarizácie, sú uvedené v nasledujúcej časti. Sú rozdelené podľa toho, či boli jednotlivé cieľové funkcie transformované, alebo nie. Cieľom optimalizácie bolo vždy

nájsť minimum konkrétnej účelovej funkcie a výsledkom nájsť jedného Pareto optimálneho riešenia. Optimalizácia bola realizovaná pomocou modulu Experimenter v rozšírenom režime v simulačnom softvéri Witness. Úplná kombinatorická analýza bola uskutočnená prostredníctvom algoritmu All Combinations.

### **Multikriteriálne účelové funkcie bez transformácie cieľových funkcií**

V prvej sérii experimentov sme zisťovali vplyv aplikácie takých skalarizačných metód, kde nebola deklarovaná nevyhnutnosť transformácie jednotlivých cieľových funkcií na riešenie MOP. Výhodou by bola rýchlejšia dostupnosť riešenia, pretože v tomto prípade nemusia prebehnúť všetky predošlé jednokriteriálne optimalizácie. Na tieto účely je podľa relevantnej literatúry (Marler, 2004) vhodné použiť *váženú súčinovú metódu* a *základnú Čebyševovu min-max metódu*.

### **Multikriteriálne účelové funkcie s transformáciou cieľových funkcií**

V rámci skalarizačného prístupu boli na vytvorenie multikriteriálnych účelových funkcií s aplikované nasledujúce metódy skalarizácie:

- a) *Vážená súčtová metóda (metóda váženého globálneho kritéria s parametrom  $p = 1$ )*
- b) *Metóda váženého globálneho kritéria s parametrom  $p = 2$*
- c) *Metóda váženého globálneho kritéria s parametrom  $p = 4$*
- d) *Metóda váženého globálneho kritéria s parametrom  $p = 10$*
- e) *Čebyševova metóda s rôznymi modifikáciami (t. j. metóda váženého globálneho kritéria s parametrom  $p = \infty$ )*
- f) *Metóda váženého exponenciálneho kritéria  $p = 10$*
- g) *Vážená súčinová metóda*
- h) *Metóda viacnásobnej odozvy.*

Prvých päť metód je odvodených od všeobecnej metódy váženého globálneho kritéria podľa vzťahu (7) pri nastavení rôzneho parametra  $p$ . Zmena v hodnote parametra  $p$  zabezpečuje lokalizáciu aj tých bodov na Pareto rozhraní, ktoré sú nedostupné pri použití súčtovej metódy, teda v nekonvexných častiach hyperplochy obsahujúcej optimálne riešenia MOP.

Pri každej metóde okrem metódy viacnásobnej odozvy, ktorá slúžila na validáciu výsledkov aproximačného prístupu k optimalizácii, sme systematicky overovali vplyv

troch modifikácií robustnej transformácie jednotlivých cieľových funkcií, ktorá využíva ich dolné a horné ohraničenie (16).

## **TRANSFORMÁCIA T1 – použité najhoršie a najlepšie (ideálne) hodnoty cieľových funkcií, získané z jednokriteriálnej optimalizácie**

Priemerný počet vyrobených:  $F1^T = (F1 - 289) / (223 - 289)$

Priemerné náklady na 1ks:  $F2^T = (F2 - 10.209) / (84.122 - 10.209)$

Priemerný priebežný čas:  $F3^T = (F3 - 296.309) / (565.321 - 296.3309)$

Priemerné využitie pracovísk:  $F4^T = (F4 - 84.035) / (29.517 - 84.035)$

## **TRANSFORMÁCIA T2 – použité DM obmedzenia cieľových funkcií a najlepšie (ideálne) hodnoty cieľových funkcií, získané z jednokriteriálnej optimalizácie**

Priemerný počet vyrobených:  $F1^T = (F1 - 289) / (230 - 289)$

Priemerné náklady na 1ks:  $F2^T = (F2 - 10.209) / (16 - 10.209)$

Priemerný priebežný čas:  $F3^T = (F3 - 296.309) / (550 - 296.3309)$

Priemerné využitie pracovísk:  $F4^T = (F4 - 84.035) / (60 - 84.035)$

## **TRANSFORMÁCIA T3 – použité DM obmedzenia cieľových funkcií a utopické hodnoty cieľov (400,1,1,100)**

Priemerný počet vyrobených:  $F1^T = (F1 - 400) / (230 - 400)$

Priemerné náklady na 1ks:  $F2^T = (F2 - 1) / (16 - 1)$

Priemerný priebežný čas:  $F3^T = (F3 - 1) / (550 - 1)$

Priemerné využitie pracovísk:  $F4^T = (F4 - 100) / (60 - 100)$

## **Vytvorenie metamodelov pre aproximáciu výrobných cieľov**

### **Aproximácia metódou odozvovej plochy (RSM)**

S cieľom nájsť aproximačný model odozvovej plochy sme realizovali plánovaný experiment s dvoma typmi návrhov modelov odozvovej plochy, Face-Centered Design (FCD) a Box-Behnken Design (BBD) v softvéri Design-Expert®. V oboch typoch experimentálnych plánov uvažujeme štyri transformované faktory na troch úrovniach (-1, 0,1) a štyri odozvy, ktoré reprezentujú vybrané výrobné ciele.

Na základe experimentálnych návrhov program vygeneroval polynomicke regresné modely pre štyri vybrané výrobné ciele.

Pri pláne BBD bol regresný model pre priemerný priebežný čas a priemerné využitie strojov lineárny, ostatné boli redukované kvadratické modely). Regresné modely generované na základe FCD sú redukované kvadratické modely (19) –(22)., okrem modelu pre priemerné využitie strojov, ktorý je lineárny s interakciami.

$$\begin{aligned} \text{Flow time} = & 585.01423 + 26.38960 * \text{LotSizeP1} + 24.42893 * \\ & \text{LotSizeP2} - 12.45189 * \text{IATP1} - 11.04025 * \text{IATP2} + 0.119557 * \\ & \text{IATP1}^2 + 0.097507 * \text{IATP2}^2 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{Costs per part unit} = & 11.47091 + 6.53901 * \text{LotSizeP1} + 7.91294 * \\ & \text{LotSizeP2} - 1.42610 * \text{IATP1} - 1.40960 * \text{IATP2} - 0.150095 * \\ & \text{LotSizeP1} * \text{IATP1} - 0.176751 * \text{LotSizeP2} * \text{IATP2} + 0.030254 * \\ & \text{IATP1}^2 + 0.031313 * \text{IATP2}^2 \end{aligned} \quad (20)$$

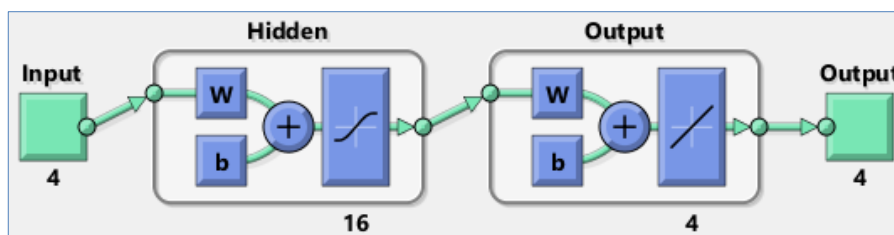
$$\begin{aligned} \text{Machine utilization} = & 91.78175 + 0.626283 * \text{LotSizeP1} + 0.301304 * \\ & \text{LotSizeP2} - 0.923591 * \text{IATP1} - 0.854483 * \text{IATP2} + 0.048977 * \\ & \text{LotSizeP1} * \text{IATP1} + 0.049608 * \text{LotSizeP2} * \text{IATP2} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{Number of products} = & 250.66819 + 15.89178 * \text{LotSizeP1} + 14.81886 * \\ & \text{LotSizeP2} - 2.28272 * \text{IATP1} - 2.24722 * \text{IATP2} + 0.238889 * \\ & \text{LotSizeP1} * \text{IATP1} + 0.237500 * \text{LotSizeP2} * \text{IATP2} - 1.47246 * \\ & \text{LotSizeP1}^2 - 1.34746 * \text{LotSizeP2}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

## Aproximácia viacvrstvovou doprednou neurónovou sieťou

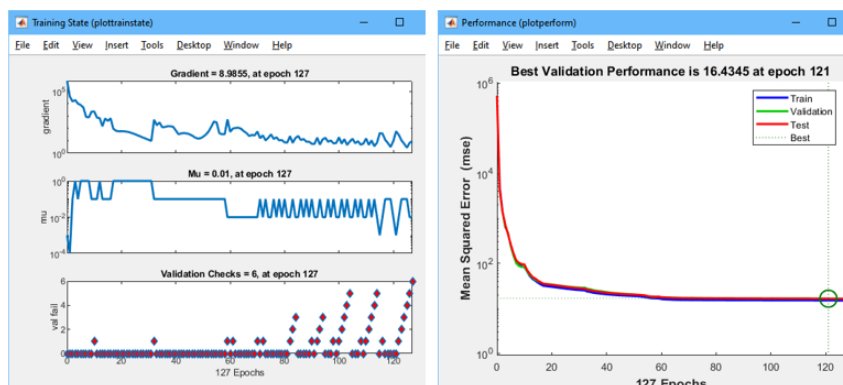
Metamodel funkcie, mapujúcej vstupnú konfiguráciu hmotného toku na sledované výrobné ciele na základe NN, je vytvorený pomocou *Neural Net Fitting* v module pre neurónové siete *Deep Learning Toolbox* programového balíka MatLab® ver. R2018b.

Použitá je topologicky veľmi jednoduchá dvojvrstvová dopredná sieť so spätným šírením chyby (BPG). NN model mapuje 4-rozmerný vektor vstupov na 4-rozmerný vektor výstupov, teda predikcia je navrhnutá pre všetky štyri ciele naraz. Sieť obsahuje jednu skrytú vrstvu so 16 neurónmi a výstupnú vrstvu so štyrmi neurónmi so štyrmi výstupmi (obr. 7). Ako aktivačná transferová funkcia je použitá sigmoidná funkcia hyperbolický tangens. Trénovacia množina zahŕňala 1785 prvkov dvojice vzor – obraz, získaných zo simulácie pre špecificky zvolené body v priestore rozhodovacích premenných. Vzor predstavovali štyri súradnice vektora vstupov a obraz štyri zložky vektora výrobných cieľov.



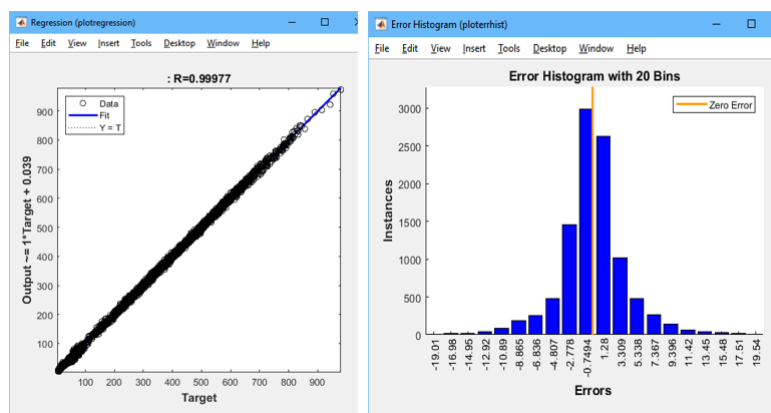
Obr. 7 Architektúra modelu NN pre štyri ciele

Poloha prevažnej časti bodov (2500), definujúcej vstupy trénovacej, testovacej a validačnej množiny, bola navrhnutá tak, aby body v 4-rozmernom priestore ležali v pravidelnej mriežke. Mriežka zohľadňovala rozsahy vstupov, preto bol zvolený krok veľkosti 2 pre vstupné parametre dávok výrobkov a krok 5 veľkosti pre vstupné parametre ich intervalov medzi príchodmi do systému. Okrem nich do súboru scenárov simulácií bolo navyše doplnených aj ďalších 50 bodov, vyplývajúcich z FCD a BBD plánov experimentov. Simuláciou získané dáta boli rozdelené na tri množiny – trénovaciu, validačnú a testovaciu, v pomere 70 % :15 %: 15 %.



Obr. 8 Trénovanie siete

Pre zvolenú trénovaciu množinu naučená sieť dosiahla  $MSE = 16,434$  a regresný koeficient  $R = 0.9998$ . Pre validovanie siete je hodnota  $MSE = 18,0757$  a predikcia pre testovaciu množinu dosiahla  $MSE = 15,4898$ . (obr. 8). V tab.5 sú porovnané predikované výstupy z modelu NN a výstupy zo simulačného modelu. Predikcia poskytuje relatívne dobrú presnosť pre rýchle orientačné zistenie orientačnej hodnoty vektora výrobných cieľov. Výhodou použitého prostredia MatLab je, že Network Fitting Tool poskytuje okrem samotného výpočtu parametrov NN a generovania skriptov taktiež možnosť generovať rôzne verzie ďalšieho nasadenia natrénovanej siete, napr. pomocou nástrojov MATLAB Compiler™, MATLAB Coder™ alebo Simulink® Coder.



Obr. 9 Regresná priamka pre fit predikovaných a skutočných výstupov a histogram chýb

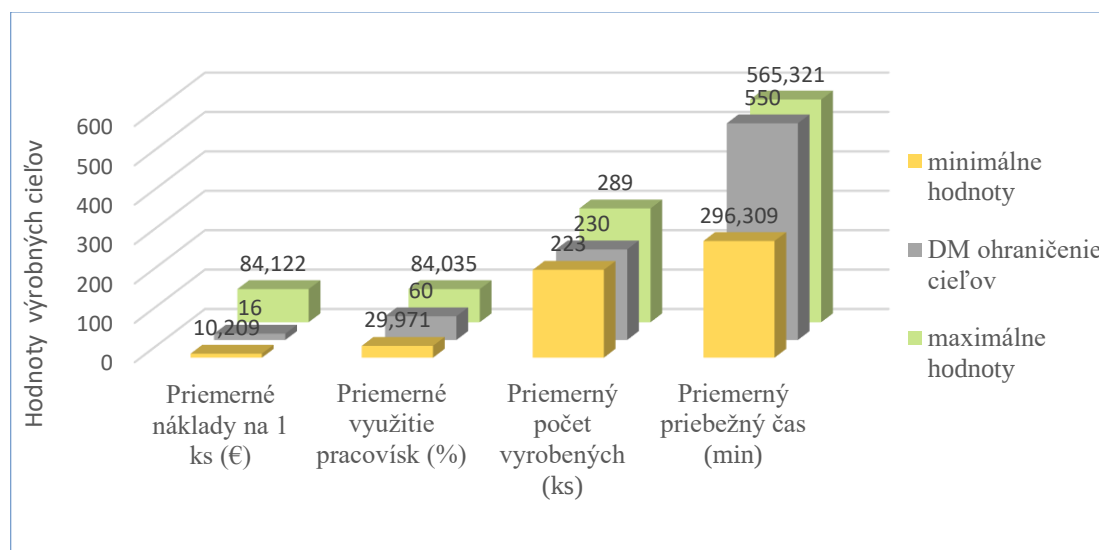
Tab. 5 Porovnanie hodnôt výstupov zo simulácie a predikovaných výstupov modelu ANN

| Výstupy zo simulácie          |                            |                                  |                                 | Predikcia pomocou modelu ANN  |                            |                                  |                                 |
|-------------------------------|----------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|----------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| Priemerný priebežný čas (min) | Priem. náklady na 1 ks (€) | Priemerné využitie pracovísk (%) | Priemerný počet vyrobených (ks) | Priemerný priebežný čas (min) | Priem. náklady na 1 ks (€) | Priemerné využitie pracovísk (%) | Priemerný počet vyrobených (ks) |
| 714.51                        | 62.93                      | 81.79                            | 283                             | 716.4746                      | 68.7545                    | 84.3598                          | 284.3033                        |
| 403.8                         | 14.17                      | 68.58                            | 283                             | 399.5789                      | 17.4818                    | 67.5117                          | 283.4765                        |
| 589.14                        | 20.18                      | 90.32                            | 283                             | 605.7296                      | 19.4559                    | 88.5723                          | 281.6312                        |
| 785.19                        | 87.11                      | 94.49                            | 286                             | 779.3235                      | 79.2709                    | 94.8871                          | 284.5678                        |
| 258.04                        | 9.59                       | 37.25                            | 201                             | 257.1756                      | 8.63                       | 37.8387                          | 203.3301                        |
| 524.39                        | 16.92                      | 79.5                             | 287                             | 517.5206                      | 16.5143                    | 75.5591                          | 288.2500                        |
| 456.96                        | 10.98                      | 60.98                            | 287                             | 458.9547                      | 9.06                       | 63.1391                          | 285.1832                        |
| 458.1                         | 11.3                       | 62.86                            | 287                             | 459.2941                      | 7.14                       | 66.8548                          | 286.4432                        |
| 463.38                        | 11.18                      | 60.5                             | 283                             | 462.1023                      | 7.66                       | 63.0524                          | 284.6131                        |
| 690.21                        | 54.08                      | 91.28                            | 283                             | 692.8206                      | 50.3352                    | 92.5615                          | 281.0249                        |
| 322.91                        | 13.76                      | 56.37                            | 247                             | 327.0609                      | 15.0852                    | 57.9540                          | 250.9605                        |
| 135.45                        | 6.64                       | 34.05                            | 248                             | 118.9291                      | 5.12                       | 32.0354                          | 252.6066                        |
| 53.59                         | 6.82                       | 27.31                            | 210                             | 48.5266                       | 7.20                       | 27.0832                          | 220.7809                        |
| 403.5                         | 12.82                      | 64.07                            | 287                             | 412.6472                      | 13.3805                    | 63.5068                          | 287.9612                        |
| 677.99                        | 53.68                      | 94.15                            | 287                             | 690.7688                      | 45.9773                    | 91.7797                          | 285.3489                        |
| 216.63                        | 7                          | 41.86                            | 287                             | 208.6808                      | 6.69                       | 38.6492                          | 288.1037                        |
| 493                           | 47.82                      | 72.68                            | 287                             | 487.3307                      | 45.1124                    | 72.6255                          | 287.8898                        |
| 526.59                        | 16.54                      | 76.59                            | 287                             | 529.8843                      | 18.5864                    | 76.4062                          | 286.0604                        |
| 390.37                        | 55.58                      | 64.27                            | 248                             | 401.8533                      | 46.6342                    | 61.7594                          | 251.8442                        |
| 137.06                        | 6.82                       | 35.12                            | 249                             | 137.6545                      | 8.7077                     | 33.4226                          | 255.8734                        |

## 8 VÝSLEDKY A DISKUSIA

### 8.1 Výsledky experimentov jednokriteriálnych optimalizácií

Tab. 6 prezentuje výsledky experimentov jednokriteriálnych optimalizácií pre štyri účelové funkcie pre príslušné výrobné ciele získané prehľadným celého priestoru algoritmom All Combinations s krokom 1. Farebne sú vyznačené najlepšie hodnoty cieľov dosiahnuteľné na danom definičnom obore a zadaných obmedzeniach, čo sú zložky *ideálneho* vektora, vystupujúceho ako referenčný bod v transformácii vo vyjadrení multikriteriálnych funkcií. Výsledky vyššie uvedených experimentov v tab.6 sú zdrojom informácie pre určenie súradníc referenčných bodov, dôležitých pre transformačnú schému individuálnych cieľových funkcií pri vytváraní multikriteriálnej účelovej funkcie. Obr. 10 ukazuje rozsah minimálnych a maximálnych hodnôt štyroch sledovaných výrobných cieľov a porovnanie s obmedzeniami, ktoré určil DM.



Obr. 10 Porovnanie limitných hodnôt výr. cieľov vzhľadom na obmedzenia cieľov D

Tab. 6 Minimálne a maximálne hodnoty funkcií cieľov, získané z jednokriteriálnej optimalizácie

| Cieľ výroby $F_i$                | Ideálny bod | $F^*$   | Najhorší bod | $F^w$   |
|----------------------------------|-------------|---------|--------------|---------|
| Priemerné náklady na 1 ks (€)    | minimum     | 10.209  | maximum      | 84.122  |
| Priemerné využitie pracovísk (%) | maximum     | 84.035  | minimum      | 29.971  |
| Priemerný počet vyrobených (ks)  | maximum     | 289     | minimum      | 223     |
| Priemerný priebežný čas (min)    | minimum     | 296.309 | maximum      | 565.321 |

## 8.2 Výsledky experimentov multikriteriálnych optimalizácií

V nasledujúcej časti sú prezentované optimálne riešenia, získané simulačnou optimalizáciou účelových funkcií vytvorených rôznymi skalarizačnými technikami. Aplikovaný bol dvojfázový process prehľadávania priestoru rozhodovacích premenných prostredníctvom úplnej kombinatorickej analýzy algoritmom All Combination. Najprv bol algoritmus aplikovaný s krokom 2, následne detailnejšie po čiastočnom obmedzení prehľadávaneho priestoru s krokom 1. Výsledky uvádzané v tab. 7. prezentujú finálne kompromisné riešenia MOP.

Tab. 7 Súhrn výstupov zo simulačnej optimalizácie

| Metóda                          | Hodnota účel. funkcie | Vstupné parametre |               |                                |                                | Výstupy zo simulácie       |                            |                                |                              |
|---------------------------------|-----------------------|-------------------|---------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|------------------------------|
|                                 |                       | Dávka V1 (ks)     | Dávka V2 (ks) | Interval vstupu dávky V1 (min) | Interval vstupu dávky V2 (min) | Priem. priebežný čas (min) | Priem. náklady na 1 ks (€) | Priem. využitie pracovi sk (%) | Priem. počet vyrobených (ks) |
| Súčinová bez transformácie      | 0.655                 | 3                 | 2             | 10                             | 20                             | 297,806                    | 10,884                     | 60,973                         | 288                          |
| Základná váž. Čebyševova        | 4.75                  | 2                 | 3             | 6                              | 31                             | 314,531                    | 11,458                     | 64,349                         | 283                          |
| Základná váž. Čebyševova        |                       | 3                 | 3             | 9                              | 31                             | 315,686                    | 11,443                     | 64,268                         | 283                          |
| Základná váž. Čebyševova        |                       | 2                 | 2             | 6                              | 20                             | 309,106                    | 11,59                      | 64,821                         | 288                          |
| Základná váž. Čebyševova        |                       | 3                 | 2             | 9                              | 20                             | 310,141                    | 11,741                     | 64,792                         | 287                          |
| Základná váž. Čebyševova        |                       | 4                 | 2             | 12                             | 20                             | 313,186                    | 11,69                      | 64,88                          | 288                          |
| Základná váž. Čebyševova        |                       | 4                 | 2             | 12                             | 21                             | 311,137                    | 11,739                     | 64,05                          | 283                          |
| Základná váž. Čebyševova        |                       | 2                 | 3             | 6                              | 30                             | 316,057                    | 11,401                     | 64,91                          | 287                          |
| Rozšírená váž. Čebyševova 0.001 | 4.784                 | 2                 | 2             | 6                              | 20                             | 309,106                    | 11,59                      | 64,821                         | 288                          |
| Rozšírená váž. Čebyševova 0.01  | 5.094                 | 2                 | 2             | 6                              | 20                             | 309,106                    | 11,59                      | 64,821                         | 288                          |
| Rozšírená váž. Čebyševova 0.1   | 5.095                 | 2                 | 2             | 6                              | 20                             | 309,106                    | 11,59                      | 64,821                         | 288                          |
| Vážená súčtová tr1              | 0.108                 | 2                 | 2             | 6                              | 20                             | 309,106                    | 11,59                      | 64,821                         | 288                          |
| Vážená súčtová tr2              | 0.269                 | 2                 | 2             | 6                              | 20                             | 309,106                    | 11,59                      | 64,821                         | 288                          |
| Vážená súčtová tr3              | 0.701                 | 2                 | 2             | 6                              | 20                             | 309,106                    | 11,59                      | 64,821                         | 288                          |

|                                  |       |   |   |    |    |         |        |        |     |
|----------------------------------|-------|---|---|----|----|---------|--------|--------|-----|
| Vážená súčtová tr3               |       | 2 | 4 | 6  | 40 | 320,17  | 11,2   | 64,833 | 287 |
| Váž. glob. kritéria p=2 tr1      | 0.149 | 4 | 2 | 10 | 20 | 329,188 | 15,286 | 69,764 | 287 |
| Váž. glob. kritéria p=2 tr2      | 0.406 | 2 | 4 | 6  | 35 | 358,536 | 11,511 | 66,232 | 288 |
| Váž. glob. kritéria p=2 tr3      | 0.710 | 2 | 4 | 6  | 40 | 320,17  | 11,2   | 64,833 | 287 |
| Váž. glob. kritéria p=4 tr1      | 0.187 | 4 | 2 | 10 | 20 | 329,188 | 15,286 | 69,764 | 287 |
| Váž. glob. kritéria p=4 tr2      | 0.484 | 2 | 4 | 6  | 28 | 419,207 | 12,191 | 69,045 | 288 |
| Váž. glob. kritéria p=4 tr3      | 0.727 | 2 | 4 | 6  | 35 | 358,536 | 11,511 | 66,232 | 288 |
| Váž. glob. kritéria p=4 tr3      |       | 2 | 3 | 6  | 29 | 325,698 | 11,455 | 65,196 | 288 |
| Váž. glob. kritéria p=4 tr3      |       | 2 | 4 | 6  | 39 | 327,997 | 11,273 | 65,109 | 287 |
| Váž. glob. kritéria p=10 tr1     | 0.221 | 5 | 3 | 12 | 29 | 352,528 | 15,955 | 70,417 | 287 |
| Váž. glob. kritéria p=10 tr1     |       | 4 | 2 | 10 | 19 | 346,765 | 15,424 | 70,268 | 287 |
| Váž. glob. kritéria p=10 tr2     | 0.531 | 2 | 4 | 6  | 26 | 437,197 | 12,447 | 70,121 | 288 |
| Váž. glob. kritéria p=10 tr3     | 0.743 | 2 | 4 | 6  | 30 | 402,708 | 11,963 | 68,165 | 288 |
| Rozšírená Čebysevova tr1_ro 0.01 | 0.004 | 2 | 2 | 6  | 20 | 309,106 | 11,59  | 64,821 | 288 |
| Rozšírená Čebysevova tr1_ro 0.01 |       | 4 | 2 | 12 | 20 | 313,186 | 11,69  | 64,88  | 288 |
| Rozšírená Čebysevova tr2_ro 0.01 | 0.011 | 2 | 4 | 6  | 40 | 320,17  | 11,2   | 64,833 | 287 |
| Rozšírená Čebysevova tr2_ro 0.01 |       | 2 | 2 | 6  | 20 | 309,106 | 11,59  | 64,821 | 288 |
| Rozšírená Čebysevova tr3_ro 0.01 | 0.028 | 4 | 4 | 13 | 39 | 324,927 | 10,669 | 62,128 | 287 |
| Rozšírená Čebysevova             | 0.043 | 2 | 2 | 6  | 20 | 309,106 | 11,59  | 64,821 | 288 |

|                                 |               |   |   |    |    |         |        |        |     |
|---------------------------------|---------------|---|---|----|----|---------|--------|--------|-----|
| tr1_ro 0.1                      |               |   |   |    |    |         |        |        |     |
| Rozšírená Čebyševova tr2_ro 0.1 | 0.108         | 3 | 3 | 10 | 30 | 305,129 | 10,582 | 60,986 | 288 |
| Rozšírená Čebyševova tr3_ro 0.1 | 0.281         | 2 | 4 | 6  | 40 | 320,17  | 11,2   | 64,833 | 287 |
| Rozšírená Čebyševova tr3_ro 0.1 |               | 2 | 2 | 6  | 20 | 309,106 | 11,59  | 64,821 | 288 |
| Rozšírená Čebyševova tr3_ro 0.1 |               | 2 | 3 | 6  | 30 | 316,057 | 11,401 | 64,91  | 287 |
| Rozšírená Čebyševova tr3_ro 0.1 |               | 3 | 3 | 9  | 30 | 317,527 | 11,382 | 64,846 | 287 |
| Rozšírená Čebyševova tr3_ro 0.1 |               | 3 | 4 | 9  | 40 | 322,656 | 11,247 | 64,801 | 287 |
| Metóda exp. váž. kritéria tr1   | 228.579       | 4 | 2 | 10 | 20 | 329,188 | 15,286 | 69,764 | 287 |
| Metóda exp. váž. kritéria tr2   | 7049.07<br>2  | 2 | 4 | 6  | 27 | 427,983 | 12,31  | 69,563 | 288 |
| Metóda exp. váž. kritéria tr3   | 73644.0<br>59 | 2 | 4 | 6  | 30 | 402,708 | 11,963 | 68,165 | 288 |
| Váž. súčinnová metóda tr1       | 0.004         | 3 | 2 | 10 | 21 | 296,309 | 11,021 | 60,137 | 281 |
| Váž. súčinnová metóda tr2       | 0.010         | 3 | 2 | 10 | 21 | 296,309 | 11,021 | 60,137 | 281 |
| Váž. súčinnová metóda tr3       | 0.691         | 3 | 3 | 10 | 30 | 305,129 | 10,582 | 60,986 | 288 |
| Metóda viacnásobnej odozvy      | 0.621         | 2 | 4 | 6  | 35 | 358,536 | 11,511 | 66,232 | 288 |

### 8.3 Analytický pohľad na získané riešenia MOP

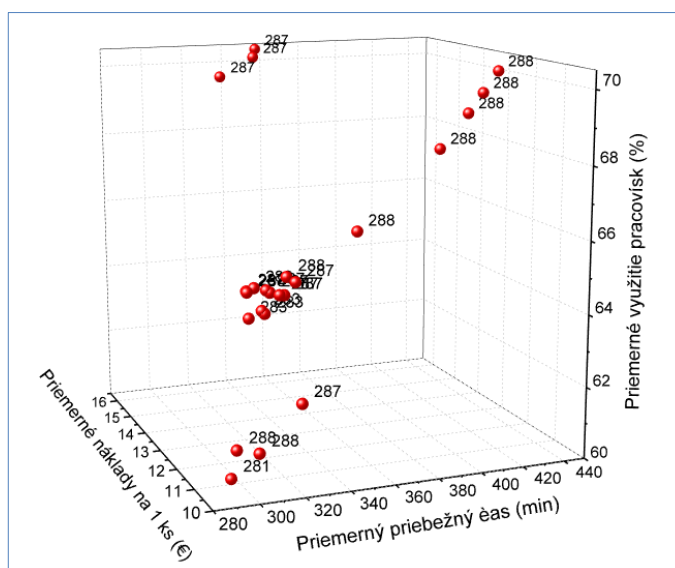
Na začiatok uvedme informácie z opisnej štatistiky, spracované podľa z tab. 7, ktoré poskytnú vybrané základné údaje o súbore dát, ktorý sa vyhodnocuje. Tab. 8 porovnáva uvedené štatistiky aj s hodnotami referenčných bodov.

Tab. 8 Základná štatistická analýza súboru dát z optimalizačných experimentov pre jednotlivé ciele s porovnaním referenčných bodov

|         | Priem. priebežný čas (min) | Priem. náklady na 1 ks (€) | Priem. využitie pracovísk (%) | Priem. počet vyrobených (ks) |
|---------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| maximum | 437,197                    | 15,955                     | 70,417                        | 288                          |

|                        |         |        |        |         |
|------------------------|---------|--------|--------|---------|
| <b>minimum</b>         | 296,309 | 10,582 | 60,137 | 281     |
| <b>priemer</b>         | 329,621 | 11,905 | 65,401 | 287,022 |
| <b>medián</b>          | 316,057 | 11,59  | 64,833 | 288     |
| <b>modus</b>           | 309,106 | 11,59  | 64,821 | 288     |
| <b>št. odch.súboru</b> | 34,9565 | 1,309  | 2,634  | 1,795   |
| <b>Ideálny bod</b>     | 296,309 | 10,209 | 84,035 | 289     |
| <b>najhorší bod</b>    | 565,321 | 84,122 | 29,517 | 223     |

Všetky optimálne riešenia MOP, získané súborom aplikovaných skalarizačných metód, sú znázornené ako body v priestore troch kritérií na obr. 11.

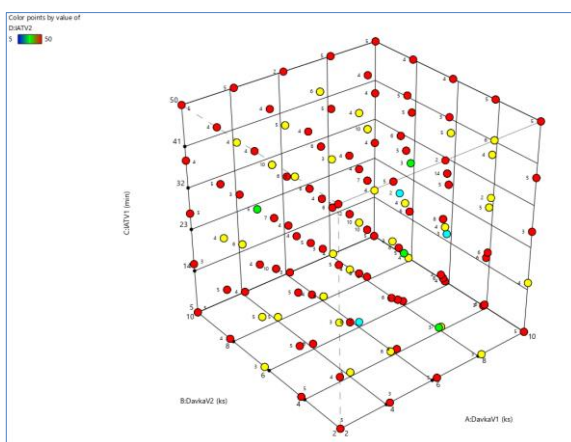


Obr. 11 Optimálne riešenia MOP, získané aplikovaním skalarizačných metód, ako body v priestore troch kritérií, štvrté kritérium – t.j. celkový priemerný počet vyrobených – je definované hodnotou (graf vytvorený v programe OriginPro).

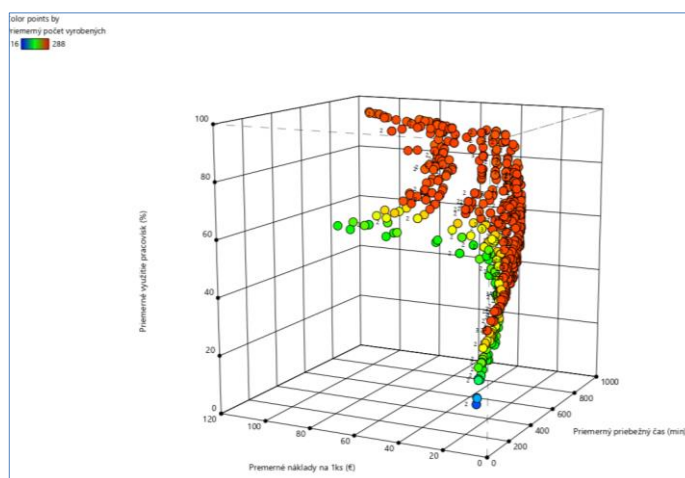
Vizualizácia bodov Pareto rozhrania v 4-dimenzionálnom kritériálnom priestore je možná s ich farebným označením, resp. pridaním hodnoty štvrtého kritéria. Štvrté kritérium – celkový priemerný počet vyrobených výrobkov – je znázornené pomocou hodnoty. Z tab. 8 a hodnôt na obr.11 vidíme, že až na výnimky všetky nájdené riešenia majú vysokú hodnotu tohto štvrtého ukazovateľa, bez ohľadu na ostatné zložky vektora výrobných cieľov. Zároveň si možno všimnúť, že hodnota je veľmi blízka hraničnej hodnote 289 ks pre priemerný počet vyrobených výrobkov, čo definuje zložku ideálneho vektora a predstavuje limit výrobného systému v prípade jednokritériálnej optimalizácie.

Vysvetlenie tohto pozorovaného faktu by sa dalo nájsť v analýze dát, získaných zo simulačných výstupov. Množinu 625 vstupov rozmiestnených v priestore rozhodovacích premenných v pravidelnej mriežke (obr.12) sme namapovali prostredníctvom simulačného

modelu na množinu výrobných cieľov tak, ako to ukazuje obr. 13. Body v oboch bodových grafov sú farebne odlišené podľa hodnoty štvrtej veličiny. Vidno, že celá oblasť experimentálneho priestoru rozhodovacích premenných je rovnomerne pokrytá bodmi definujúcich vstupné parametre a v priestore kritérií sa mapuje do relatívne úzkej oblasti.

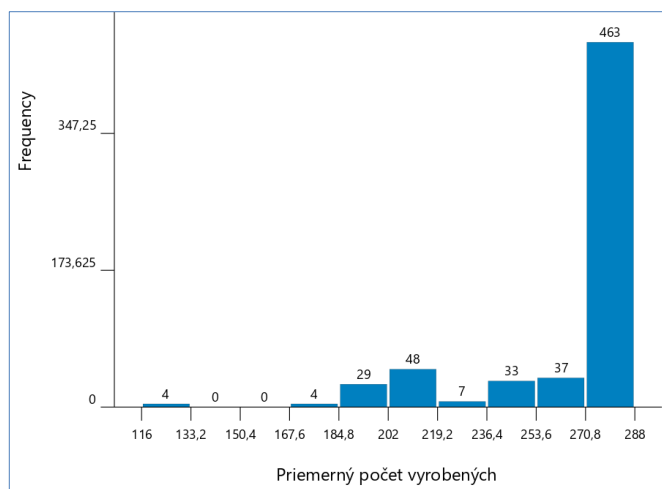


Obr. 12 Grafické znázornenie polohy experimentálnych bodov v trojrozmernom priestore rozhodovacích premenných (výstup z programu Design Expert).



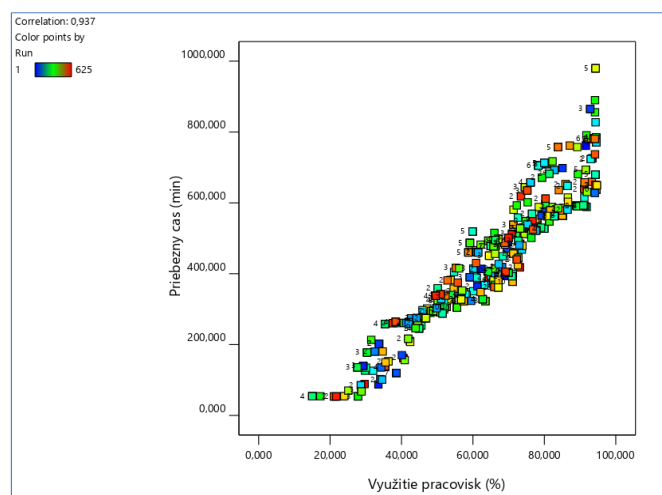
Obr. 13 Bodový graf reprezentácie výstupov zo simulačných experimentov v priestore kritérií s farebným označením na základe štvrtej odozvy – priemerného počtu vyrobených (výstup z programu Design Expert).

Z obr. 13 vidieť prevahu bodov s vysokou hodnotou štvrtého cieľa. To implikuje, že oblasť možných nastavení vstupných parametrov pre získanie vysokej hodnoty celkovej priemernej produkcie je dosť široká. Výraznejšie je nesymetrické rozdelenie hodnôt priemerného počtu vyrobených, nájdených pomocou simulačných výstupov, vidieť aj z histogramu na obr. 14.



Obr. 14 Histogram rozdelenia hodnôt priemerného počtu vyrobených výrobkov (výstup z programu Design Expert).

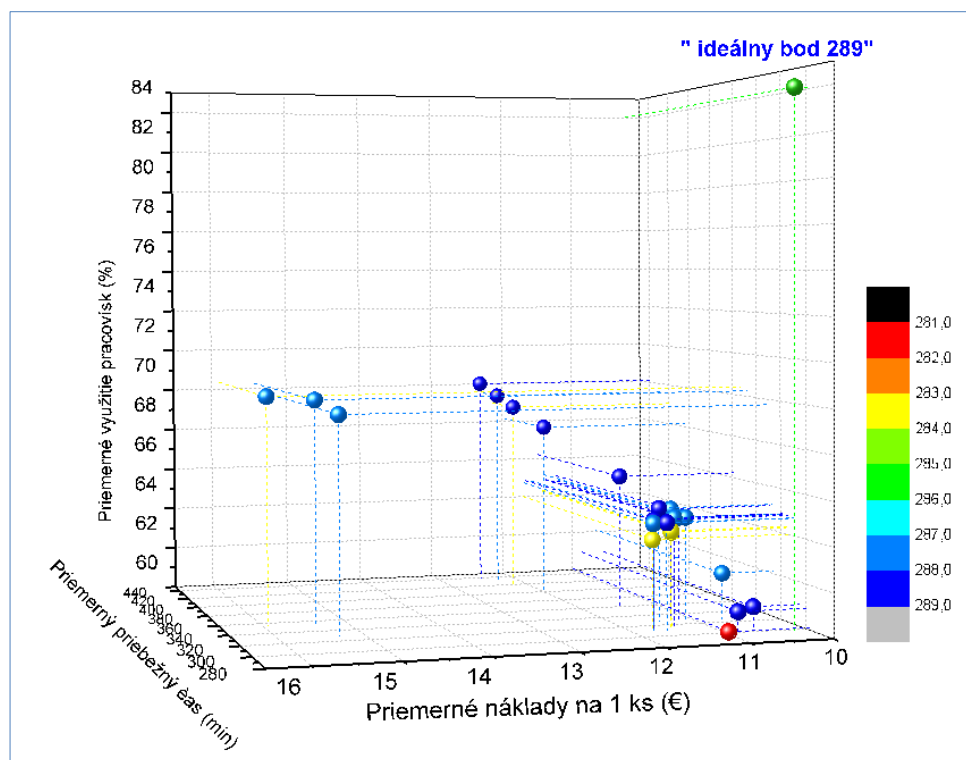
Simulačné dáta zároveň ukazujú, že niektoré kritériálne funkcie sa navzájom ovplyvňujú. V modeli je pozorovateľná je veľmi silná korelácia medzi priemerným využitím pracovísk a priemerným priebežným časom nezávisle od nastavenia vstupov (obr. 15). Lineárna závislosť je vyjadrená korelačným koeficientom  $r = 0.937$ .



Obr. 15 Korelácia medzi priemerným využitím pracovísk a priemerným priebežným časom (výstup z programu Design Expert).

#### 8.4 Súhrnný pohľad na získané riešenia MOP

Obr. 16 ukazuje grafické výsledky optimalizácie vo vhodnejšom pohľade s farebným odlíšením hodnoty priemerného počtu vyrobených výrobkov. Do obrázku bol pridaný hypotetický nedosiahnuteľný ideálny bod, vzhľadom na ktorý sa posudzujú nájdené riešenia.

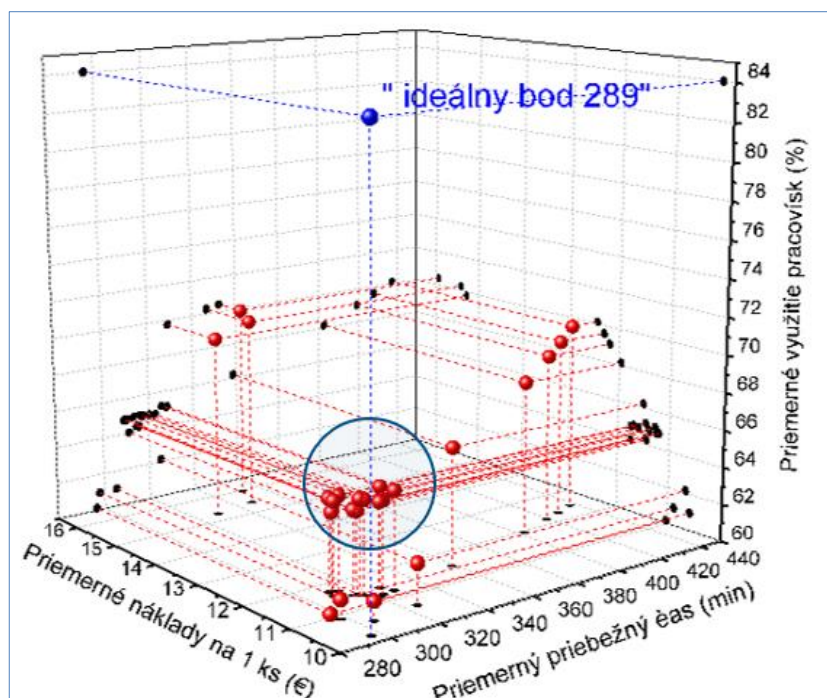


Obr. 16 Pohľad na priestor kritérií s farebným označením bodov na základe priemerného počtu vyrobených s pridaním ideálneho bodu (graf vytvorený v programe OriginPro).

Z obr. 16 je zrejмый fakt, že napriek rovnakým uvažovaným váham a priori určených preferencií jednotlivých kritérií, riešenia sú lokalizované v rôznych oblastiach v priestore kritérií. To znamená, že aplikované metódy neodrážajú preferencie DM presne a jeho očakávania nájsť kompromisné riešenie nemusia byť naplnené.

Na druhej strane, táto vlastnosť metód sa dá využiť v tom zmysle, že rôzna lokalizácia bodov znamená rôzne hodnoty vektora výrobných cieľov a existuje možnosť výberu najvhodnejšej alternatívy z hľadiska požadovanej stratégie riadenia, napr. uprednostniť riešenie s minimálnymi nákladmi a zároveň s minimálnou degradáciou ostatných cieľov.

V tejto súvislosti je v obr. 17 možné identifikovať niekoľko izolovaných zhlukov bodov, ktoré sa dajú považovať za veľmi podobné riešenia z hľadiska rozhodovacej stratégie pre zabezpečenie požadovaných parametrov výrobných cieľov. Odpoveď na otázku, aká aplikovaná metóda, aká transformácia, prípadne aká hodnota parametra  $p$  a  $\rho$  ovplyvnila polohu optimálneho riešenia v konkrétnom zhľuku, sme hľadali na základe analýzy výsledkov simulačnej optimalizácie.

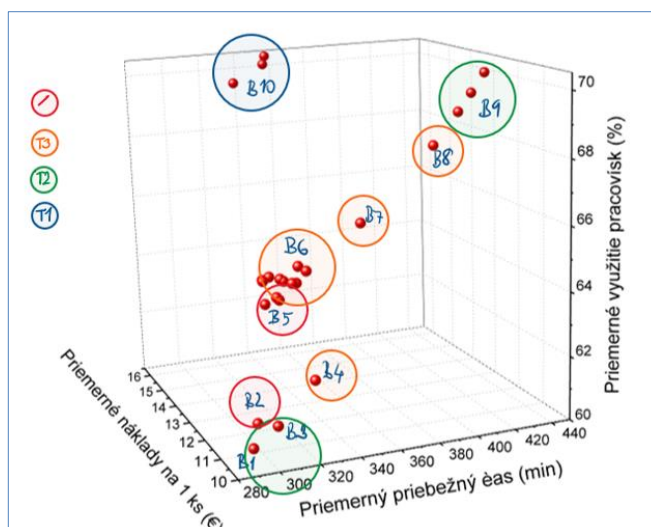


Obr. 17 Oblasť s najväčším počtom optimálnych riešení (graf vytvorený v programe OriginPro).

Na obr. 17 možno pozorovať, že existuje časť priestoru cieľov, kde sa sústreďuje veľmi veľa optimálnych riešení. Vygenerovali ich tri metódy – základná Čebyševova min-max metóda bez transformácie, vážená súčtová metóda a vážená metóda globálneho kritéria s parametrom  $p = 4$ , obidve s aplikovanou transformáciou T3. Ostatné metódy generovali izolované riešenia. Miestu so zvýšenou koncentráciou optimálnych riešení v priestore kritérií zodpovedajú v priestore rozhodovacích premenných efektívne riešenia s nízkymi hodnotami dávok.

#### 8.4.1. Vplyv aplikovanej transformácie na lokalizáciu optimálnych riešení

Z hľadiska normalizácie individuálnych cieľových funkcií vstupujúcich do multikritériálnej optimalizácie môže mať voľba referenčného bodu zásadný význam a vplyv na lokalizáciu optimálnych riešení. Na základe analýzy výsledkov v tab. 7 sú na obr. 18 farebne vyznačené jednotlivé oblasti priestoru, súvisiace s konkrétnou transformáciou, resp. oblasť zodpovedajúca použitej metóde bez transformácie. Pohľad je čiastočne orientačný, berie do úvahy najmä početnosť bodov generovaných metódou s danou transformáciou.



Obr. 18 Odlíšenie zoskupení bodov podľa aplikovanej transformácie

Na druhej strane, objavuje sa niekoľko riešení (v oblasti totožnej s B6) generovaných súčinnovou, súčtovou a rozšírenou Čebyševovou metódou so zakomponovanou transformáciou T1, ktoré vyhovujú stratégii nízkych nákladov. Transformácia T2 (označená zelenou) poskytuje riešenia v okrajových oblastiach rozhodovacieho priestoru. Časť riešení (B1, B3) exceluje v zložke priemerných jednotkových nákladov a súčasne v priemernom priebežnom čase za cenu menšej priemernej produkcie, časť B9 má pri nízkych nákladoch dlhé priebežné časy, ale vysokú produkciu. Transformácia T3 (označená oranžovou) generuje nastavenia vstupov, podporujúce najmä stratégiu výroby s nízkymi nákladmi (B6), ale objavujú sa aj riešenia s dlhším priemerným priebežným časom a vyšším priemerným využitím pracovísk pri vysokom počte vyrobených výrobkov (B7, B8). Metódy bez použitia transformácie (označené červenou) vygenerovali riešenia síce s nízkymi nákladmi, ale aj nízkou priemernou produkciou (B2, B5).

#### 8.4.2. Zhodnotenie alternatív z hľadiska teórie úžitku

Výstupom simulačnej optimalizácie s použitím vybraných skalarizačných metód bolo 46 kompromisných riešení (tab. 7), z ktorých niektoré boli identické, 24 bolo unikátnych. Výber najvhodnejšej alternatívy z množiny nájdených riešení za predpokladu rovnakých váh bol realizovaný na základe metódy viackriteriálneho hodnotenia variantov – **Metódy váženého súčtu**. Finálne rozhodnutie o výbere jednej alternatívy je možné urobiť na základe tab.9. Jednotlivé alternatívy v riadkoch tabuľky sú usporiadané na základe

maximalizácie hodnoty váženého súčtu. Alternatíva v prvom riadku poskytuje podľa tejto metódy najvhodnejšie nastavenia konfigurácie vstupných parametrov. Alternatíva A4 bola vygenerovaná základnou Čebyševovou váženou metódou bez použitia transformácie, rozšírenou váženou Čebyševovou metódou a váženou súčtovou s transformáciami T1, T2, aj T3. Veľmi blízke hodnoty k maximálnej hodnote váženého súčtu zodpovedajú aj alternatíve A6 a A13, ktoré boli vygenerované základnou a rozšírenou Čebyševovou metódou s  $p = 0,01$  a metódou váženého globálneho kritéria s hodnotou parametra  $p = 4$  a transformáciou T3.

Tab. 9 Zostupné usporiadanie alternatív podľa hodnoty váženého súčtu

| Alternatíva | Dávka V1<br>(ks) | Dávka V2<br>(ks) | Interval<br>vstupu<br>dávky<br>V1 (min) | Interval<br>vstupu<br>dávky<br>V2 (min) | Vážený súčet |
|-------------|------------------|------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|--------------|
| A4          | 2                | 2                | 6                                       | 20                                      | 0,79430158   |
| A6          | 4                | 2                | 12                                      | 20                                      | 0,783843717  |
| A13         | 2                | 3                | 6                                       | 29                                      | 0,78026081   |
| A9          | 2                | 4                | 6                                       | 40                                      | 0,757392794  |
| A8          | 2                | 3                | 6                                       | 30                                      | 0,757211395  |
| A20         | 3                | 3                | 10                                      | 30                                      | 0,754996158  |
| A21         | 3                | 3                | 9                                       | 30                                      | 0,75393057   |
| A1          | 3                | 2                | 10                                      | 20                                      | 0,753622634  |
| A22         | 3                | 4                | 9                                       | 40                                      | 0,750016418  |
| A5          | 3                | 2                | 9                                       | 20                                      | 0,749019606  |
| A14         | 2                | 4                | 6                                       | 39                                      | 0,746819552  |
| A11         | 2                | 4                | 6                                       | 35                                      | 0,744580053  |
| A19         | 4                | 4                | 13                                      | 39                                      | 0,707875485  |
| A18         | 2                | 4                | 6                                       | 30                                      | 0,692176317  |
| A12         | 2                | 4                | 6                                       | 28                                      | 0,673691695  |
| A10         | 4                | 2                | 10                                      | 20                                      | 0,671190783  |
| A23         | 2                | 4                | 6                                       | 27                                      | 0,665179374  |
| A17         | 2                | 4                | 6                                       | 26                                      | 0,656025081  |
| A16         | 4                | 2                | 10                                      | 19                                      | 0,64583693   |
| A15         | 5                | 3                | 12                                      | 29                                      | 0,614527396  |
| A2          | 2                | 3                | 6                                       | 31                                      | 0,600766931  |
| A3          | 3                | 3                | 9                                       | 31                                      | 0,597445521  |
| A7          | 4                | 2                | 12                                      | 21                                      | 0,586443412  |
| A24         | 3                | 2                | 10                                      | 21                                      | 0,479573795  |

## 8.5 Aproximačný prístup k riešeniu MOP

Overenie možnosti využiť aproximačné modelovanie pri riešení skúmaného MOP v zmysle zrýchlenia výpočtu riešenia pri zachovaní dostatočnej presnosti výsledkov bolo realizované na kvadratických regresných modeloch výrobných cieľov.

Keďže predikčná schopnosť modelu, odvodeného na základe návrhu FCD, bola pozorovaná lepšia ako pre BBD, multikriteriálne účelové funkcie sme vytvorili pomocou aproximačného modelu FCD (19) – (22). Vybrali sme tri skalarizačné multikriteriálne metódy s vopred vyjadrenými preferenciami, *váženú súčtovú metódu*, *váženú súčinovú metódu*, a *metódu viacnásobnej odozvy*. Všetky tri metódy boli aplikované s rovnakou transformáciou T2 (s ideálnym bodom a cieľmi, ktoré určil DM) a rovnakým váhovým vektorom  $\mathbf{w}=(0,25;0,25;0,25;0,25)$ , aby nebolo vopred preferované žiadne z uvažovaných kritérií.

Najprv sme skonštruovali skalárnu multikriteriálnu funkciu  $U$  vyjadrenú váženou súčtovou metódou (WSM) ako lineárnu kombináciu jednotlivých normalizovaných aproximovaných cieľov  $F_i^{transform}$  pomocou váhového vektora  $\mathbf{w}$ . Druhá multikriteriálna účelová funkcia bola postavená na základe metódy váženého súčinu (Weighted Product Method – WPM). V oboch prípadoch vedie minimalizácia skalárnej funkcie  $U$  k nájdeniu jediného Paretovho optimálneho riešenia.

Optimalizácia navrhnutých účelových funkcií numerickými metódami bola realizovaná pomocou evolučného algoritmu v module *Solver* v programe MS Excel pri dodržaní definovaných obmedzení rozsahov nezávisle premenných aj cieľov. Obmedzujúce podmienky boli zadávané systémom nerovníc. Ďalej sme našli optimálne riešenie prostredníctvom maximalizácie funkcie Desirability  $D$ , danej vzťahom (15), pre metódu viacnásobnej odozvy v module numerickej optimalizácie programu Design-Expert.

Porovnanie výsledkov dosiahnutých rôznymi numerickými metódami a simulačnou optimalizáciou pre tri metódy je uvedené v tab. 10, tab. 11 a tab. 12. Okrem toho tabuľky obsahujú aj verifikáciu výsledkov, získaných prostredníctvom optimalizácie založenej na metamodelovaní, pomocou výstupu zo simulácie.

Tab. 10 Výsledky simulačnej a numerickej optimalizácie pre váženú súčtovú metódu

| Applied Model    | Algorithm                                                                                      | Factors/Input Parameters in Design Space |   |    |    | Responses/Production Objectives in Objective Space |                     |                    |                     |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|---|----|----|----------------------------------------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
|                  |                                                                                                | A                                        | B | C  | D  | Flow Time                                          | Costs Per Part Unit | Number of Products | Machine Utilization |
| Simulation model | Simulation-optimization<br>All Combinations<br>Module<br>Experimenter (Witness)<br>$U = 0.269$ | 2                                        | 2 | 6  | 20 | 309,106                                            | 11,59               | 288                | 64,821              |
| FCD model        | Evolutionary alg.<br>Module Solver (Excel)<br>$U = 0.333$                                      | 6                                        | 7 | 29 | 34 | 391,15                                             | 10,21               | 286,21             | 62,14               |
| Verification     | Simulation (Witness)                                                                           | 6                                        | 7 | 29 | 34 | 446,98                                             | 10,77               | 288                | 60,31               |

Tab. 11 Výsledky simulačnej a numerickej optimalizácie pre váženú súčinovú metódu

| Applied Model    | Algorithm                                                                                      | Factors/Input Parameters in Design Space |   |    |    | Responses/Production Objectives in Objective Space |                     |                    |                     |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|---|----|----|----------------------------------------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
|                  |                                                                                                | A                                        | B | C  | D  | Flow Time                                          | Costs Per Part Unit | Number of Products | Machine Utilization |
| Simulation model | Simulation-Optimization<br>All Combinations<br>Module<br>Experimenter (Witness)<br>$U = 0.010$ | 3                                        | 2 | 10 | 21 | 296,309                                            | 11,021              | 281                | 60,137              |
| FCD model        | Evolutionary alg.<br>Solver module (Excel)<br>$U = 0.0271$                                     | 8                                        | 7 | 42 | 31 | 406,5                                              | 10,22               | 287,50             | 60,84               |
| Verification     | Simulation (Witness <sup>2</sup> )                                                             | 8                                        | 7 | 42 | 31 | 459,16                                             | 10,93               | 286                | 60,22               |

Tab. 12 Výsledky simulačnej a numerickej optimalizácie pre metódu viacnásobnej odozvy

| Applied Model | Algorithm | Factors/Input Parameters in Design Space |   |   |   | Responses/Production Objectives in Criterion Space |       |           |         |
|---------------|-----------|------------------------------------------|---|---|---|----------------------------------------------------|-------|-----------|---------|
|               |           | A                                        | B | C | D | Flow                                               | Costs | Number of | Machine |

|                         |                                                                                                   |   |   |    |    | Time    | Per Part Unit | Products | Utilization |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|----|----|---------|---------------|----------|-------------|
| <b>Simulation model</b> | Simulation-Optimization<br>All Combinations<br>Module<br>Experimenter<br>(Witness)<br>$U = 0.621$ | 2 | 4 | 6  | 35 | 358,536 | 11,511        | 288      | 66,232      |
| <b>FCD model</b>        | Numerical optimization<br>Multi-response method<br>(Design-Expert)<br>$D = 0.631$                 | 6 | 2 | 26 | 11 | 433,20  | 10,21         | 274,49   | 70,98       |
| <b>Verification</b>     | Simulation<br>(Witness)                                                                           | 6 | 2 | 26 | 11 | 428,55  | 10,87         | 287      | 60,84       |

Výsledky tejto časti experimentov ukazujú, že približné kompromisné riešenia, ktoré boli nájdené numerickou optimalizáciou na základe FCD, nedosahujú pre niektoré zložky vektora cieľov dostatočne presné hodnoty. Týka sa to hlavne hodnôt priemerného priebežného času pri všetkých metódach, pre ostatné ciele nie sú rozdiely v hodnotách až tak výrazné a teda by mohli byť ako riešenia v kritériálnom priestore akceptovateľné. Stačí jedna zložka, ktorá nedosahuje dostatočnú presnosť, aby degradovala celé vektorové riešenie. Je zrejmé, že akékoľvek riadenie na základe takýchto približných riešení je diskutabilné. Samozrejme, tento záver nemožno zovšeobecniť na základe aplikácie jedného typu aproximačného modelu a riešení zodpovedajúcich jednému konkrétnemu simulačnému modelu.

Na základe výsledkov štúdie predpokladáme, že získaný výsledok optimalizácie by mohol byť pre skúmaný výrobný systém na účely riadenia prijateľný, ak by sa použili na vstupe presnejšie aproximačné modely, generované napr. na základe NN. Potenciálna širšia použiteľnosť navrhnutého postupu modelom riadenej podpory rozhodovania je teda limitovaná výsledkami ďalšieho výskumu s využitím aproximačných modelov s lepšími predikčnými vlastnosťami.

## 9 ZHODNOTENIE DOSIAHNUTÝCH CIEĽOV A PRÍNOSY DIZERTAČNEJ PRÁCE

V rámci riešenia úvodnej analytickej aj praktickej experimentálnej časti práce, zameranej na uplatnenie multikriteriálnych metód v rozhodovaní pri riadení výroby, boli realizované tieto čiastkové riešenia:

1. V rámci prípravnej časti práce boli preskúvané rozhodovacie procesy vyskytujúce sa v riadení výroby s ohľadom na multikriteriálnu povahu rozhodovacích problémov a ich súčasné možnosti riešenia.
2. Bola realizovaná rozsiahla analýza multikriteriálnych metód vhodných pre riešenie problému podpory rozhodovania založenej na simulačnom modelom riadenom prístupe z dôvodu zohľadnenia komplexnosti modelovania výroby.
3. Na základe analýzy boli identifikované konkrétne metódy z triedy parametrických skalarizačných metód, použité s vopred určenými preferenciami. Tieto boli aplikované pri vytváraní optimalizačných modelov pre diskretnými udalosťami riadený simulačný model experimentálneho výrobného systému, pracujúceho v dávkovom režime.
4. Prostredníctvom riešenia skúmaného MOP pomocou simulačnej optimalizácie s uplatnením zvolených multikriteriálnych metód bol preskúmaný vplyv vybraných parametrov metód na optimálne riešenia v priestore kritérií (t.j. optimálne výrobné ciele) a príslušné efektívne riešenia v priestore rozhodovacích premenných (t.j. nastavenia vstupných parametrov).
5. Bol preskúmaný vplyv transformácie individuálnych kriteriálnych funkcií na lokalizáciu Pareto optimálnych riešení s ohľadom na podporu konkrétnych rozhodovacích stratégií zameraných napr. na zníženie jednotkových nákladov, skrátenie priebežného času alebo zvýšenie produkcie.

Z hľadiska implementácie multikriteriálnych metód v simulačnej optimalizácii na identifikáciu vhodných vstupných parametrov pre zvolenú stratégiu je najviac obmedzujúcim faktorom časová náročnosť hľadania riešenia multikriteriálneho problému. V rámci tendencií nasadiť metódy multikriteriálnej optimalizácie pre podporu rozhodovania v riadení výroby v reálnych podmienkach, kde a priori predpokladáme

existenciu validného simulačného modelu a potrebu krátkeho času optimalizácie, bol pre získanie približných optimálnych riešení overený postup s využitím simulačného metamodelovania. Ako súčasť postupu boli uskutočnené tieto kroky:

6. Realizovali sme numerické optimalizačné experimenty s použitím regresného metamodelu vektorovej funkcie, popisujúcej v simulačnom modeli mapovanie vstupov na výstupy. Ukázalo sa, že presnosť numerickej optimalizácie pri riešení MOP pri použití kvadratických regresných modeloch nebola dostatočná pre jednu zo štyroch zložiek vektora výrobných cieľov v kritériálnom priestore.
7. S využitím integrácie simulácie bol pre daný výrobný systém vytvorený metamodel vektorovej funkcie, popisujúcej mapovanie vstupu na výstupy s vysokou predikčnou schopnosťou, optimalizácia zatiaľ nebola zrealizovaná, ale mohla by byť v zmysle získania lepšieho približného riešenia MOP perspektívna.

Realizácia cieľov práce dala zároveň odpovede na výskumné otázky súvisiace s vplyvom aplikovaných metód na lokalizáciu Pareto optimálnych bodov na Pareto rozhraní v kritériálnom priestore. Možno ich zhrnúť do nasledujúcich poznatkov:

1. Kompromisné riešenia generované skalarizačnými multikritériálnymi metódami bez použitia transformácie sa výrazne neodlišujú svojou lokalizáciou od riešení získaných s použitím metód vyžadujúcich transformáciu a predstavujú vhodnú alternatívu pre nastavenie vstupov systému, pretože ich nájdenie je menej časovo náročné. Tieto alternatívy sú vhodné pre stratégiu výroby zameranú na nízke náklady a krátky priebežný čas i za cenu nižšej produkcie.
2. Na výsledné optimálne riešenia pri použití transformácií individuálnych kritériálnych funkcií má vplyv to, či je referenčný bod odhadnutý ako utopický, alebo je zistený jednokritériálnou optimalizáciou ako ideálny. Transformácia T3, obsahujúca utopický bod a ciele definované DM, dosiahla pri porovnávaní výsledných alternatív veľmi dobré výsledky.
3. Komplexná aplikácia viacerých vybraných skalarizačných parametrických multikritériálnych metód za podmienky rovnakých váh poskytuje pokrytie hľadanej množiny kompromisných riešení v konvexnej aj nekonvexnej oblasti Pareto rozhrania a tým širší výber alternatív pre kvalifikované rozhodovanie.

Dosiahnuté experimentálne výsledky, týkajúce sa aplikácie skalarizačných metód multikriteriálnej optimalizácie v riadení výroby, boli prezentované a sú dokumentované v štúdií *“Comparison of the Scalarization Approaches in Many-Objective Simulation-Based Optimization in Production System Control”* v zborníku XIII. Medzinárodnej vedeckej a technickej konferencii IEEE „Computer Science and Information Technologies”, Ľvov, 11-14 sept. 2018.

Príspevok *„The Effect of the Choice of a Utopia Point on Production Goals in Multi-Objective Optimization”*, v ktorom sme sústredili na vplyv normalizácie na výrobné ciele, bol publikovaný v zborníku Vedeckých prác MTF v roku 2019.

Štúdia *„Multi-Objective Optimization of Production Objectives Based on Surrogate Model”*, zameraná na preskúvanie možnosti aplikácie náhradných analytických modelov pre definovanie výrobných cieľov v multikriteriálnej optimalizácii pre dávkový výrobný systém, bola uverejnená v r. 2020 v *Applied Sciences*.

Komplexnému posúdeniu vplyvu vybraných prioritných pravidiel, aplikovaných v modelovom pružnom výrobnom systéme pomocou multikriteriálnej optimalizácie na parametre výroby, je venovaná práca *„Multi-Criteria Optimization in Operations Scheduling Applying Selected Priority Rules”*, publikovaná v r. 2021 v *Applied Sciences*.

Všetky spomenuté publikačné výstupy boli súčasťou projektu VEGA 1/0232/18 s názvom *„Uplatnenie metód multikriteriálnej optimalizácie v riadení výrobných procesov”*. Súhrnný zoznam publikácií, súvisiacich priamo či okrajovo s riešenou problematikou, je uvedený v Prílohe dizertačnej práce.

## 10 ZÁVER A ĎALŠIE SMEROVANIE VÝSKUMU

Optimalizačné problémy sa prirodzene objavujú pri riadení zložitých systémov a pri hľadaní optimálnych rozhodnutí. Zároveň s rastúcou zložitou výrobných procesov veľmi prudko narastá objem informácií potrebných pri ich riadení. Požiadavkou je analyzovať údaje aj o veličinách, ktoré ovplyvňujú proces nepriamo, pričom sú dôležité aj ich väzby, čo dosiaľ predstavuje jeden z problémov, ako pri riadení prepojiť údaje na rôznych procesných úrovniach. V tomto kontexte je simulácia a simulačná optimalizácia

užitočný nástroj, keďže poskytuje celostný prístup ku skúmaniu správania sa simulovaného systému.

Optimalizačný model môže priamo predstavovať modelom riadený typ nástroja na podporu rozhodovania. V prípade využitia metaheuristik v simulačnej optimalizácii poskytne v krátkom čase lokálne optimá ako približné riešenia MOP. Nevýhodou je časová náročnosť získania výsledkov optimalizácie. Na druhej strane, optimalizačný model môže byť použitý ako súčasť komplexu metód iba pre účely získania výstupov zo simulácie. Následne, s pomocou numerickej optimalizácie s využitím aproximačného modelu, je možné nájsť približné riešenia MOP.

Nezodpovedaných otázok v oblasti, na ktorú je zameraná táto práca, je veľa. Týkajú sa vytvorenia podkladov pre rozhodovanie pre rôzne váhy kritérií, aplikácie použitých metód na iných typoch výrobných systémov, prípadne orientácie na skúmanie stochastických modelov výrobných systémov, ktoré lepšie vystihujú reálne podmienky. Topológia použitej neurónovej siete bola veľmi jednoduchá, otvorenou otázkou je preskúmať iné typy ANN, kde nezáleží na poradí vstupov, resp. ANN s pamäťou. Vzhľadom na dostatočné množstvo dát dostupných prostredníctvom simulácie by bolo možné aplikovať aj modely neurónových sietí, založené na hlbokom učení. Algoritmy hlbokého učenia dosiahli špičkové výsledky v mnohých rôznych oblastiach, ale možnosti ich uplatnenia na riešenie rozhodovacích problémov pri optimalizácii parametrov výrobných liniek zatiaľ neboli dostatočne preskúmané.

## ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ODKAZOV

- BALOG, M., HRICOVÁ, R., MATISKOVÁ, D. 2017. *Rozhodovacie procesy v strategickom riadení*. Technická univerzita v Košiciach, 2017.
- BANKS, J. et al. 2005. *Discrete-Event System Simulation*. The 4th ed. Pearson Prentice Hall, 2005.
- BRANDENBERG, P. *Kľúče k integrácii automatizačných, MES a podnikových systémov*. [online]. [cit. 2018-12-01]. Dostupný na internete: [https://www.atpjournals.sk/rubriky/prehľadove-clanky/kluce-k-integracii-automatizacnych-mesapodnikovych-systemov.html?page\\_id=17653](https://www.atpjournals.sk/rubriky/prehľadove-clanky/kluce-k-integracii-automatizacnych-mesapodnikovych-systemov.html?page_id=17653)
- BRANKE, J., DEB, K., MIETTINEN, K., SŁOWIŃSKI, R. 2008. *Multiobjective optimization. Interactive and Evolutionary Approaches*. Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2008.
- COELLO, C. C.A. et al. 2020. Survey and state of the art. Evolutionary multiobjective optimization: Open research areas and some challenges lying ahead. In *Complex. Intell. Syst.* 2020, 6, s. 221–236.
- DEB, K., PRATAP, A., AGARWAL, S., MEYARIVAN, T. 2002. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. In *IEEE Trans Evol Comput*, 2002, 6(2), s. 182–197.
- DEB., K. 2011. Multi-objective Optimisation Using Evolutionary Algorithms: An Introduction. In Wang L., Ng A., Deb K. (eds) *Multi-objective Evolutionary Optimisation for Product Design and Manufacturing*. Springer, London. 2011.
- DEB, K., JAIN. H. 2014. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach. Part I: Solving problems with box constraints. In *IEEE Trans Evol Comput*, 2014, 18(4), s. 577–601.
- EHRGOTT, M. 2005. *Multicriteria optimization*. 2nd ed. Springer, 2005.
- FÁBRY, J. 2011. *Matematické modelování*. Professional Publishing, Praha. 2011., ISBN 978–80–7431–066–9
- FU, M. C. 2002. Optimization for simulation: Theory vs. Practice. In: *INFORMS Journal on Computing*, 2002, 14, 3, s. 192-215.
- GIAGKIOZIS, I. , FLEMING, P. J. 2015. Methods for multi-objective optimization: An analysis. In *Information Sciences*, 2015, 293, s. 338 – 350.
- GOULART, F., CAMPELO, F. 2015. Preference-guided evolutionary algorithms for many-objective optimization. In *Information Sciences*. 2015, 329, s. 236-255.
- GREGOR, M., et al. 2000. *Dynamické plánovanie a riadenie výroby*. Žilina: Žilinská univerzita, 2000. ISBN 80-7100-607-6.
- HRČKA, L., VAŽAN, P., ŠUTOVÁ, Z. 2014. Basic overview of simulation optimization. In *Research Papers Faculty Of Materials Science And Technology In Trnava, Slovak University Of Technology In Bratislava*. 2014, 22, Special Number, s.11-16.
- JAIMES, A. L. et all. 2011. An Introduction to Multiobjective Optimization Techniques. In *Optim. in Polymer Processing*. Chapter 3, New York: Nova Science Publishers, 2011, s. 29-57.

JERZ, V. *Simulačné a optimalizačné modely – základný nástroj na zlepšovanie procesov*. 2010, POSTERUS.sk, portál pre odborné publikovanie. ISSN 1338-0087 [online] [cit. 2021-05-05]. Dostupné na internete: <<http://www.posterus.sk>>

KERKOVSKÝ, M. 2009. *Moderní přístupy k řízení výroby*. Vyd. 2. Praha: C. H. Beck, 2009.

KILMER, R. A., AND A. E. SMITH. 1993. "Using Artificial Neural Networks to Approximate a Discrete Event Stochastic Simulation Model". In *Intelligent engineering systems through artificial neural networks*, 1993, 3(1), s.631–636.

KOMZÁK, R. MES systémy a jejich role v éře Průmyslu 4.0. In *IT systems* 6/2018 [online] [cit. 2020-01-23]. Dostupné na internete: <<https://m.systemonline.cz/řízení-vyroby/mes-systemy-a-jejich-role-v-ere-prumyslu-4.0.htm>>

KOŠTURIK, J., GREGOR, M., MIČIETA, B., MATUSZEK, J. 2000. *Projektovanie výrobných systémov pre 21. storočie*. Žilinská univerzita, 2000.

LI, Y.F., NG, S.H., XIE, M., GOH, T.N. 2010. A systematic comparison of metamodeling techniques for simulation optimization in Decision Support Systems. In *Applied Soft Computing*, 2010, 10, 4, s. 1257-1273, ISSN 1568-4946

LIDBERG, S., ASLAM, T., PEHRSSON, L., NG, A., H. C. 2020. Optimizing real-world factory flows using aggregated discrete event simulation modelling. In *Flex. Serv. Manuf. J.*, 2020, 32, s. 888–912. <https://doi.org/10.1007/s10696-019-09362-7>

MARLER, R.T., ARORA, J.S. 2004. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. In *Structural and Multidisciplinary Optimization*. Springer-Verlag, 2004, 26, 6, s. 369-395. ISSN 1615-1488. 2004

MÁČA, M., LEITNER B. 2002. *Operačná analýza I. Deterministické metódy operačnej analýzy*. Žilinská univerzita. Žilina, 2002.

MIETTINEN, K., MÄKELÄ, M. 2002. On scalarizing functions in multiobjective optimization. In *OR Spectrum*, 2002, 24, s. 193–213.

MIETTINEN, K. Survey of methods to visualize alternatives in multiple criteria decision making problems. In *OR Spectrum*, 2014, vol. 36, s. 3–37.

MÍKA, V.T. 2013. *Manažment. Úvod do riadenia organizácie v podmienkach rizika a v krízových situáciách*. 1. vydanie. Žilina : EDIS – vydavateľstvo ŽU, 2013. 178 s. ISBN 978-80-554-0760-9.

MONTGOMERY, D.C. 2019. *Design and Analysis of Experiments*, 10th ed.; John Wiley & Sons Inc.: New York, NY, USA, 2019.

SAKÁL, P., JERZ, V. 2003. *Operačná analýza v praxi manažéra*. Trnava: SP Synergia, Teória a prax manažérstva 2. ISBN 80-968734-3-1, 2003.

SAKÁL, P., JERZ, V. 2006. *Operačná analýza v praxi manažéra II: systémová a operačná analýza*. Trnava: SP Synergia. Teória a prax manažérstva 5. ISBN 80-969390-5-X, 2006.

TOMEK, G., VÁVROVÁ, V. 2014. *Integrované řízení výroby*. Vydavatelství Grada, 2014.

## ZOZNAM PUBLIKOVANÝCH PRÁC

ČERVEŇANSKÁ, Z., VAŽAN, P., JUHÁS, M., JUHÁSOVÁ, B. Multi-Criteria Optimization in Operations Scheduling Applying Selected Priority Rules. *Applied Sciences*, 11, 2021, s. 1-23. <https://doi.org/10.3390/app11062783>

ČERVEŇANSKÁ, Z., KOTIANOVÁ, J., VAŽAN, P., JUHÁSOVÁ, B., JUHÁS, M. Multi-Objective Optimization of Production Objectives Based on Surrogate Model. *Applied Sciences*, 10, 2020, s. 1-18. <https://doi.org/10.3390/app10217870>

HORÁK, T., ČERVEŇANSKÁ, Z., HURAJ, L., VAŽAN, P., JÁNOŠÍK, J., TANUŠKA, P. The vulnerability of securing IoT production lines and their network components in the Industry 4.0 concept. In *IFAC-PapersOnLine*. 2020, 53 (3) s. 11237-11242. ISSN online: 2405-8963

HORVÁTH, D., ČERVEŇANSKÁ, Z., ĎURIŠ, R. A movement control of a small mobile 3-Pi robot in a maze using artificial neural network. *International Journal of Mechatronics and Applied Mechanics*, 2020, s. 81-88. ISSN online: 2559-6497

VAŽAN, P., ČERVEŇANSKÁ, Z., KOTIANOVÁ, J., KRIŽANOVÁ, G. The impact of selected priority rules on production goals. In *ICCC 2019*. Krakow: IEEE, 2019, s. 1--6. ISBN 978-1-7281-0702-8.

VAŽAN, P., ČERVEŇANSKÁ, Z., KOTIANOVÁ, J., HOLÍK, J. Problems of a utopia point setting in transformation of individual objective functions in multi-objective optimization. *Vedecké práce MTF STU v Bratislave so sídlom v Trnave. Research papers Faculty of Materials Science and Technology Slovak University of Technology in Trnava*, 27. 2019, s. 64-71. ISSN 1336-1589.

VAŽAN, P., ČERVEŇANSKÁ, Z. Comparison of the Scalarization Approaches in Many-Objective Simulation-Based Optimization in Production System Control. In *CSIT 2018: 2018 IEEE 13th International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT2018)*, 11-14 September 2018, Lviv, Ukraine. 1. vyd. Lviv: Veža i Ko, 2018, s. 56-59. ISBN 978-1-5386-6463-6. V databáze: IEEE ; SCOPUS: 2-s2.0-85058036934.

VAŽAN, P., JANÍKOVÁ, D., TANUŠKA, P., KEBÍSEK, M., ČERVEŇANSKÁ, Z. Using data mining methods for manufacturing process control. In *IFAC-PapersOnLine*. 2017, s. 6352-6357. ISSN: 2405-8963.

VAŽAN, P., KRIŽANOVÁ, G., ČERVEŇANSKÁ, Z., ZNAMENÁK, J. *Modelovanie a simulácia systémov. Simulátor Witness: Návod na cvičenia*. Trnava: AlumniPress, 2017. 234 s. ISBN 978-80-8096-252-4.