ROBUSTNÝ REGULAČNÝ OBVOD S INTERNÝM MODELOM

ROBUST CONTROL CIRCUIT WITH INTERNAL MODEL

Anton VRBAN

Autor: ***Prof. Ing. Anton Vrban, CSc.***
Pracovisko: ***Katedra aplikovanej informatiky a automatizácie, Materiálovotechnologická fakulta STU***
Adresa: ***Hajdóczyho 1, 917 24 Trnava***
Tel: ***00421 5557737,*** *E-mail:* ***vrban@mtf.stuba.sk***

Abstract

Article contains analyse facilities and relation in robust feedback control with internal model control (IMC

Článok obsahuje analýzu vlastností a vzťahov v regulačnom obvode s interným modelom (IMC).

Key words

control circuit, error controler, internal model control, parametric perturbation, parametric sensitivity, robust control, , transfer function sensitivity

obvod riadiaci, regulátor odchýlky, riadenie s interným modelom, zmena parametrov, citlivosť parametrická, riadenie robustné, citlivosť prenosovej funkcie

Robustnosť lineárnych dynamických sústav

Pojmy ***robustný***, resp. ***robustnosť*** v teórii systémov sa používajú prevažne v súvislosti s automatickým riadením systémov (***Robust Control System*)**, avšak robustnosť je nutné tiež chápať ako jednu ***z imanentých vlastností systému*** existujúceho v danom reálnom prostredí. Pritom konkrétny význam samotného pojmu je zrejme závislý od vnútorných vlastností systému, ktoré majú z pohľadu jeho požadovaného určenia a správania relevantný význam.

Robustnosť systému v širšom zmysle chápeme, ako schopnosť, spôsobilosť systému plniť požadované funkcie (správať sa žiadúcim spôsobom) aj pri relatívne značných nežiadúcich zmenách parametrov svojej štruktúry, ako aj negatívnych vplyvoch (parametroch) jeho podstatného okolia. Je zrejmé, že ***intervaly dovolených zmien hodnôt parametrov štruktúry a okolia pre zachovanie funkcie systému sú ohraničené.*** V súlade s uvedeným chápaním môžeme potom hovoriť o ***vnútornej*** (***imanentnej***) ***robustnosti systému,*** ktorá sa prejavuje jeho schopnosťou plniť požadované funkcie aj pri značných zmenách parametrov jeho prvkov a väzieb (napr. starnutie, opotrebenie, poškodenie, zmeny vnútorného prostredia a pod.), a o ***robustnosti vonkajšej***, ktorá sa prejavuje odolnosťou správania systému voči vplyvom podstatného okolia (teplota, vlhkosť a pod.). Schopnosť systému zachovať si svoje funkčné vlastnosti pri negatívnych fyzikálnych vplyvoch okolia budeme označovať pojmom ***odolnosť,*** a schopnosť reagovať požadovaným spôsobom (plniť funkciu) aj pri nežiaducich zmenách hodnôt parametrov vlastných prvkov a štruktúry pojmom ***robustné správanie***, resp. len ***robustnosť systému***. Pretože robustné správanie zložitého, automaticky riadeného dynamického systému je obvykle tiež dosiahnuteľné vhodnou voľbou regulátora, resp. použitím ***kompenzačných a riadiacich spätných väzieb*** (v rôznych modifikáciách), hovoríme o ***robustnom riadení systémov,*** resp o problematike robustného riadenia ***(Robust Control problem).***

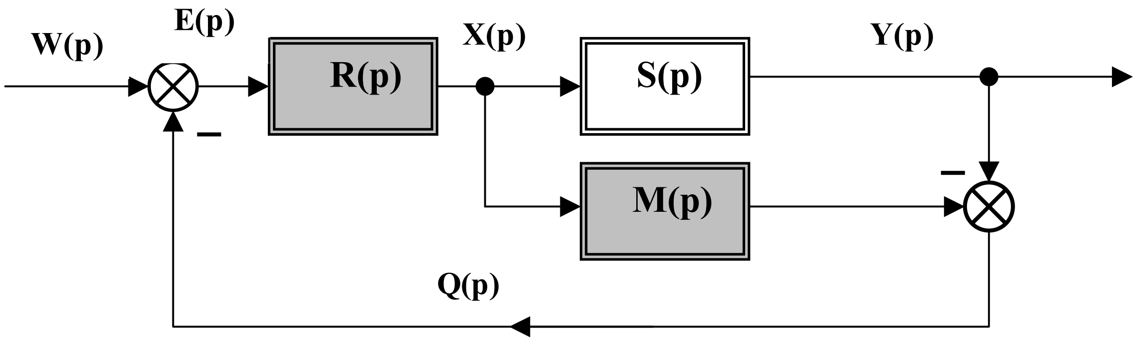
Robustnému riadeniu sa v oblasti teórie automatického riadenia v súčasnej dobe venuje zvýšená pozornosť [3] najmä v súvislosti s kozmickou, leteckou, vojenskou a informačnou technológiou, riadením energetických zdrojov (najmä jadrových) a pod.

V predmetnom príspevku venujeme pozornosť analýze jedného spôsobu robustného riadenia. Článok reprezentuje fragment výskumnej úlohy realizovanej na katedre v rámci projektu **VEGA.**

Robustný regulátor s jednoduchým modelom sústavy

Vychádzajme z úvahy, že ak v regulačnom obvode dôjde k zmene (perturbácii) parametrov sústavy v okolí ich nominálnych hodnôt, zmenia sa jeho dynamické charakteristiky, čo sa prejaví na jeho správaní, teda na procese regulácie.

Pre dosiahnutie robustnej regulácie použime riešenie, pri ktorom regulátor dostáva informáciu o zmene odozvy perturbovanej sústavy, oproti odozve sústavy nominálnej. Táto myšlienka vedie k návrhu ***regulátora s interným modelom sústavy (Internal Model Control)*** (obr. 1).



Obr. 1. *Regulačný obvod s modelom sústavy* **[IMC].**

Štruktúra regulačného obvodu pre ***odozvu na riadenie*** bude pozostávať z regulovanej sústavy $S(p)$, jej nominálneho modelu $M(p) = S_0(p)$ a regulátora $R(p)$ (obr.1).

Pri zmene parametrov sústavy sa od riadiaceho signálu *W(p)* odpočíta rozdiel výstupu perturbovanej sústavy *S(p)* a modelu *M(p).* Spätnoväzbový signal *Q(p)* pre prenos riadenia bude teda nulový vtedy, keď *S(p) = S_0(p)*. ***Regulátor prostredníctvom spätnej väzby reaguje teda na odchýlku medzi výstupom perturbovanej sústavy a jej modelu.*** Budú platiť vzťahy:

$$
\begin{aligned}
Y(p) &= S(p)X(p) \\
Q(p) &= [S(p) - M(p)]X(p \\
Y(p) &= \frac{S(p)R(p)}{1 + R(p)[S(p) - M(p)]} W(p)
\end{aligned}
\quad .
$$

Prenos riadenia v regulačnom obvode s modelom bude

$$G^M(p) = \frac{Y(p)}{W(p)} = \frac{S(p)R(p)}{1 + R(p)[S(p) - M(p)]} \quad . \tag{1}$$

Prenos perturbovanej sústavy s jednoduchým regulátorom ***(bez modelu)*** je

$$G(p) = \frac{S(p)R(p)}{1 + S(p)R(p)} \quad . \tag{2}$$

Pri ***nominálnom prenose sústavy*** je $S_0(p) = M(p)$ a ***prenos riadenia v regulačnom obvode s modelom*** bude

$$G_0^M(p) = \frac{Y(p)}{W(p)} = S_0(p)R(p) \ ,$$

čo vo frekvenčnej oblasti predstavuje ***frekvenčný prenos***

$$G_0^M(j\omega) = \{G_0^M(p)\} \mapsto p = j\omega = S_0(j\omega)R(j\omega) . \tag{3}$$

V ďalšom ako perturbovanú budeme uvažovať ***sústavu s multiplikatívnym modelom*** neurčitosti v tvare

$$S(j\omega) = \{S_0(p)[1 \pm \delta(p)]\}, p \mapsto j\omega \ , \tag{4}$$

kde $S_0(p)$ je prenos nominálnej sústavy, a $\delta(p)$ je relatívna zmena prenosu perturbovanej sústavy oproti prenosu sústavy nominálnej. Úlohou regulátora s využitím modelu je, aby v požadovanom pásme funkcie perturbovanej sústavy kvalitne zabezpečoval plnenie ***požiadavky na reguláciu, t.j.*** $Y(j\omega) \to W(j\omega)$.

Frekvenčný ***prenos riadenia*** v regulačnom obvode pre sústavu s multiplikatívnou neurčitosťou (4) po dosadení do (1) bude

$$G_\delta^M(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{W(j\omega)} = \frac{S_0(j\omega)R(j\omega)[1 \pm \delta(j\omega)]}{1 \pm R(j\omega)S_0(j\omega)\delta(j\omega)} \quad . \tag{5}$$

Analyzujme niektoré dôležité vlastnosti regulačného obvodu s modelom.

Citlivosť prenosu

Absolútna ***citlivosť*** prenosu ***regulačného obvodu*** s modelom *na* zmenu prenosu $S(j\omega)$ ***perturbovanej sústavy*** bude

$$C_S^M(j\omega) = \frac{\partial G^M(j\omega)}{\partial S(j\omega)} = \frac{R(j\omega)[1 - R(j\omega)M(j\omega)]}{\{1 + R(j\omega)[S(j\omega) - M(j\omega)]\}^2} \quad . \tag{6}$$

Z pohľadu na výraz (6) vyplýva, že pri splnení podmienky

$$R(j\omega)M(j\omega) = R(j\omega)S_0(j\omega) = 1 \tag{7}$$

je ***citlivosť regulácie*** na zmenu prenosu sústavy ***nulová.***
Túto podmienku je však ťažko možno splniť, pretože pre realizovateľnú sústavu je obvykle nerealizovateľný regulátor (a naopak).

Pre perturbovanú sústavu S(p) môžeme *citlivosť prenosu regulačného obvodu na prenos regulátora* vyjadriť vzťahom

$$C_\delta^M(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{\{1 + R(j\omega)[S(j\omega - M(j\omega)]\}^2} \quad . \tag{8}$$

Pre multiplikatívny model perturbácie ***citlivosť na prenos regulátora*** bude

$$C_\delta^M(j\omega) = \frac{S_0(j\omega)[1 + \delta(j\omega]}{[1 + R(j\omega)S_0(j\omega)\delta(j\omega)]^2} \quad .$$

Podľa tohto vzťahu pri známom originálnom prenose sústavy a uvažovanej perturbácii môžeme pri rešpektovaní podmienok na stabilitu posúdiť voľbu regulátora.

Regulačná odchýlka

***Obraz odchýlky* e(t)** t.j. rozdiel medzi skutočnou a požadovanou hodnotou výstupu regulačného obvodu s modelom sústavy bude

$$E(p) = Y(p) - W(p) = \frac{R(p)M(p) - 1}{1 + R(p)[S(p) - M(p)]} W(p),$$

resp.

$$E(j\omega) = Y(j\omega) - W(j\omega) = \frac{R(j\omega)M(j\omega) - 1}{1 + R(j\omega)[S(j\omega) - M(j\omega)]} W(j\omega) \,. \tag{9}$$

Pre ***sústavu s multiplikativným modelom*** bude regulačná odchýlka

$$E_\delta(p) = -\frac{R(p)M(p) - 1}{1 + R(j\omega)M(j\omega)\delta(j\omega)} W(p) \tag{10}$$

a ***ustálená hodnota regulačnej odchýlky***

$$E_u = \lim E_\delta(p)_{p=0} = \lim_{p=0}\left\{\frac{R(p)M(p)-1}{1+M(p)R(p)\delta(p)}W(p)\right\} \ . \qquad (11)$$

Zo vzťahu* (11) *vyplýva, že pri voľbe regulátora tak, aby bolo *R(p).M(p)*=1 ***bude hodnota ustálenej regulačnej odchýlky na riadenie v priebehu regulačného procesu nulová.*** Pretože takáto voľba regulátora s ohľadom na voľbu modelu *M(p)* je zriedka realizovateľná, je vhodné a rozumné voliť prenos regulátora *R(p)* tak, ***aby táto podmienka bola splnená aspoň pre ustálenú hodnotu regulačnej odchýlky.***

Stabilita

Stabila regulácie je najdôležitejšou vlastnosťou regulačného procesu a nutnou podmienkou jeho uskutočnenia. Pretože u sústav s parametrickou neurčitosťou sa dynamické vlastnosti sústavy v určitom intervale, resp .v oblasti menia, je nutné skúmať podmienky stability regulácie pre oblasť týchto zmien. ***Všeobecné kritéria stability, či už algebraické, alebo frekvenčné, resp Ljapunovovo kritérium pre regulačný proces zrejme platia pre nominálny prenos perturbovanej sústavy***. Je však treba skúmať podmienky splnenia týchto kritérií pre uvažovaný rozsah perturbácie parametrov, resp charakteristík sústavy pre konkrétny regulačný proces.

Pre známe hodnoty ***intervalov zmien koeficientov*** obrazového prenosu (resp. diferenciálnej rovnice) perturbovanej sústavy, analýzou algebraických kritérií odvodil ***Charitonov algebraickú podmienku stability*** známu ako ***Charitonova veta*** [4]**,** podľa ktorej je možné overiť stabilitu sústavy, ale aj regulačného procesu podľa polohy štyroch ***Charitonových*** *polynomov* vytvorených z charakteristického polynómu prenosu perturbovanej sústavy v ***Gausovej*** komplexnej rovine.

Stabilitu pre multiplikatívnu neurčitosť sústavy podľa (4) môžeme posúdiť podľa ***Nyquista.***

Zo vzťahu (10), podľa ***Nyquistovho*** frekvenčného kritéria, pri prechode frekvenčnej charakteristiky rozpojeného regulačného obvodu s perturbovanou sústavou zápornou reálnou osou ***GKR*,** musí byť splnená podmienka

$$\left|R(j\omega)S_0(j\omega).\left[1\pm\delta(j\omega)\right]\right| < 1. \qquad (12)$$

Ak označíme $S_0(j\omega).R(j\omega) = F_0(j\omega)$, čo je prenos rozpojeného regulačného obvodu pre originálnu sústavu, potom regulačný proces bude stabilný, *keď pri prechode frekvenčnej charakteristiky reálnou osou* GKR *(Gaussovej Komlexnej Roviny) frekvenčná charakteristika rozpojeného regulačného obvodu pre perturbovanú sústavu bude nechávať (míňať) bod* (-1, j.0) *po svojej ľavej strane, teda*

$$\mathrm{Re}\left\{F_0(j\omega\left[1\pm\delta(j\omega\right]\right\} > -1 \qquad (13)$$

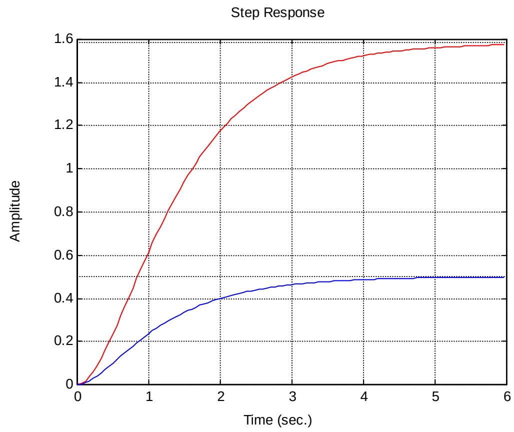
pre všetky ω ***z pásma priepustnosti regulovanej sústavy.***

Ilustrácia:

Pre stabilnú sústavu tretieho rádu s prenosovou funkciou

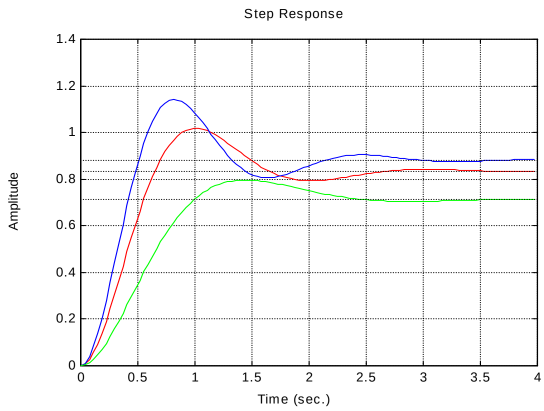
$$S(p) = \frac{2p+6}{p^3+6p^2+11p+6}$$

a reálnou (číselnou) hodnotou multiplikatívnej neurčitosti $|\delta(j\omega)| = 0.5$ sú na obr. 3. znázornené jej prechodové charakteristiky. Obr. 4 znázorňuje priebeh regulačných charakteristík (W=1) tej istej perturbovanej sústavy s použitím „ideálneho" proporcionálneho regulátora so zosilnením K=1 a na obr. 5. priebeh regulácie regulátorom s interným modelom M**.**

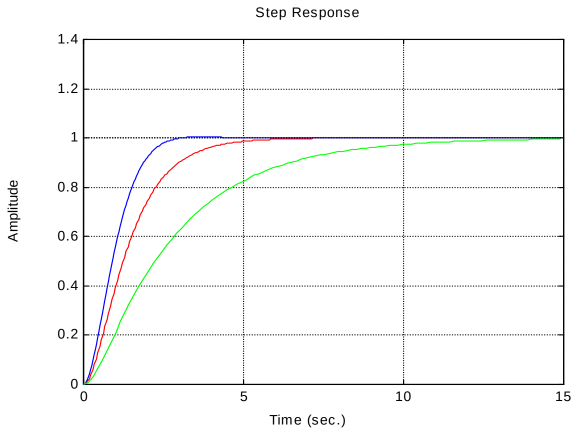


Obr. 4 . *Prechodové charakteristiky perturbovanej sústavy*

Z pohľadu na priebehy regulačných charakteristík zobrazených na obr. 5 (klasický regulátor) a na obr. 6 (robustný regulátor s interným modelom) je vidieť ***podstatnú zmenu kvality regulácie a najmä dosiahnutie nulovej hodnoty ustálenej regulačnej odchýlky*** (*v príklade bol predpokladaný model rovný originálnemu prenosu sústavy a zosilnenie regulátora pre ustálenú hodnotu tak, aby v ustálenom stave spĺňalo podmienku vyplývajúcu zo vzťahu* (11)).



Obr. 5. *Regulačné charakteristiky pri klasickej regulácii*



Obr. 6. *Regulačné charakteristiky pri regulácii s modelom*

Záver

V článku je naznačený postup analýzy jedného spôsobu dosiahnutia robustného riadenia s interným modelom regulátora pri špecifickej zmene prenosovej funkcie. Vhodnou voľbou prenosu regulátora vyplývajúcou zo vzťahu (11) plynie možnosť dosiahnuť pri perturbácii zosilnenia sústavy v značnom rozsahu nulovú hodnotu regulačnej odchýlky v ustálenom stave, ako je to vidieť na obr. 6. Závery vyvodené z analýzy pre citlivosť, stabilitu aj regulačnú odchýlku umožňujú hlbší pohľad do procesu prebiehajúceho pri tomto spôsobe robustnej regulácie.

Zoznam bibliografických odkazov:

[1] KUČERA, V. *Robustní regulátory*. AUTOMA, 2001.
[2] VRBAN, A. Metóda na určenie koeficientov LDS pre optimálny priebeh prechodovej odozvy. In *AT&P JOURNAL,* 1997, č. 11.
[3] YHOU, K.-DOYLE, J.C. *Essentials of Robust Control.* Prentice Hall, 1998.
[4] CHARITONOV, V. L. *Diferencialʹnyje uravnenia,* 1978, N^0 11.