O KINEMATIKE A GEOMETRII OBRÁBANIA

ABOUT KINEMATICS AND GEOMETRY OF MACHINING

Zdenko LIPA*, Dagmar TOMANÍČKOVÁ*, Stanislav TOMANÍČEK**

Autori: ***Prof. Ing. Zdenko LIPA, CSc.*, Ing. Dagmar TOMANÍČKOVÁ*, Ing. Stanislav TOMANÍČEK*****

Pracovisko: ****Ústav výrobných technológií, Katedra obrábania a montáže, Materiálovotechnologická fakulta STU***
*****Ústav výrobných systémov a aplikovanej mechaniky, Katedra aplikovanej mechaniky, Materiálovotechnologická fakulta STU***

Adresa: ****J. Bottu 25, 917 24 Trnava, Slovenská republika***
*****Rázusova 2, 917 24 Trnava, Slovenská republika***

Tel.: ***+421 33-5521019, +421 0918 646 035***

E-mail: ***zdenko.lipa@stuba.sk, tomanickova@stuba.sk, tomanicek@stuba.sk***

Abstract

Článok vymedzuje pojem kinematika obrábania a geometria obrábania, potom sa zaoberá najmä pohybmi pri obrábaní. Všíma si výsledný rezný pohyb, analyzuje jeho obsah a uvádza jeho základné parametre, dráhu, rýchlosť, jednotkové vektory: normálový, tangenciálny a binormálový. Toto potom aplikuje na pozdĺžne sústruženie.

The paper specifies the concept of kinematics and geometry of machining and then particularly deals with motions and machining. The paper notices the resultant cutting motion, analyses its contents and presents its basic parameters: trajectory, velocity and unit vectors: normal, tangential and binormal. Results are applied for feed turning.

Key words

kinematika, geometria, výsledný rezný pohyb, jednotkový vektor normálový, tangenciálny a binormálový

kinematics, geometry, resultant cutting motion, normal, tangential and binormal unit vectors

Úvod

Kinematika obrábania patrí k úvodným disciplínam obrábania. Zaoberá sa pohybmi pri obrábaní a ich charakteristikami (rýchlosťami, prípadne i zrýchleniami, ak tieto existujú). Pojednania o kinematike obrábania bývajú stručné, obmedzujúce sa na výčet pohybov pri obrábaní a ich rýchlostí. Nezriedka na to stačí jedna stránka textu. V našom príspevku sa týmto otázkam chceme zaoberať trochu podrobnejšie. Kinematika obrábania nadväzuje na geometriu obrábania a je s ňou vlastne prepojená cez kinematickú geometriu. My v našom príspevku nebudeme odlišovať čím sa zaoberá geometria obrábania, čím kinematika obrábania, ani kde je ich hranica. Geometrické a kinematické pojmy vyložíme vedľa seba a v ich jednote, ktorú ony v podstate tvoria.

Plochy na obrobku pri obrábaní

Na obrobku býva určená plocha, ktorá sa má obrábaním odstrániť a nazýva sa obrábaná plocha. Miesto nej vznikne na obrobku obrobená plocha. Medzi týmito plochami na obrobku je odoberaná vrstva. V čase $t = t_0$ (začiatok obrábania) na obrobku sa nachádza len plocha obrábaná a odoberaná vrstva je ešte celá. V čase $t = t_k$ (koniec obrábania) na obrobku sa nachádza len plocha obrobená a odoberaná vrstva je už odstránená. V čase t ($t_0 < t < t_k$) existuje okamžitá obrábaná plocha, okamžitá obrobená plocha a okamžitá odoberaná vrstva. Medzi okamžitou obrábanou a okamžitou obrobenou plochou vtedy existuje prechodová plocha, ktorá v čase $t = t_0$ a $t = t_k$ neexistuje. Vzdialenosť obrábanej a obrobenej plochy sa nazýva hĺbka rezu. Rezom alebo záberom nazývame proces odstránenia odoberanej vrstvy.

Pohyby pri obrábaní

Pohyby pri obrábaní zabezpečuje obrábací stroj. Tieto sú prenášané na nástroj a obrobok. Možno teda hovoriť o pohybe nástroja a pohybe obrobku. Pohyb vo všeobecnosti je zmena polohy.

Na reznej hrane nástroja uvažujme bod B. Zvoľme si súradnicovú sústavu 0 (x_s, y_s, z_s) s počiatkom 0 pevne spojenú s obrábacím strojom. Poloha bodu B bude daná polohovým vektorom $\overrightarrow{OB} = \bar{r}$.

Nech v súradnicovej sústave 0 (x_s, y_s, z_s) sú dané jednotkové vektory (i, j, k) v jej osiach.

Potom $\bar{r} = x_s\bar{i} + y_s\bar{j} + z_s\bar{k}$, kde v tomto prípade x_s, y_s, z_s sú súradnice bodu B.

Pohyb ako zmena polohy je daný prírastkovým vektorom $d\bar{r}$.

Časom rezania rozumieme čas (dobu) $t_r = t_k - t_0$.

Časovú zmenu polohy označíme ako rýchlosť pohybu $v = \dfrac{d\bar{r}}{dt_r}$.

Pri obrábaní si všímame superpozíciu pohybov nástroja a obrobku a tomuto superponovanému pohybu hovoríme výsledný pohyb. Tento je charakterizovaný výslednou reznou rýchlosťou v_e. Je to rýchlosť v takom bode B hlavnej reznej hrany, kde je ako relatívna rýchlosť najväčšia.

Keďže bod B sa vždy stotožňuje s nejakým bodom obrábanej (alebo obrobenej) plochy obrobku, sčítavajú sa vektory dráhy a rýchlosti týchto dvoch totožných bodov a dostávame tak dráhu výsledného rezného pohybu a rýchlosť výsledného rezného pohybu.

Nech rezná dráha ako krivka je vyjadrená vzťahom $\bar{r} = \bar{r}(t)$. Za vzťažný parameter t budeme považovať čas rezania. Nech v počiatočnom bode dráhy $\bar{r} = \bar{r}(t_0)$ je daný tangenciálny vektor $\bar{t}$ a tento je jednotkovým tangenciálnym vektorom, ak preň platí

$$\bar{t} = c \cdot \dot{r} \quad ,$$

kde $$c = \frac{1}{\sqrt{\dot{r} \cdot \dot{r}}} \quad ,$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} \ .$$

Jeho smerové kosínusy sú

$$t_x = c \cdot \dot{x}\,, \quad t_y = c \cdot \dot{y}\,, \quad t_z = c \cdot \dot{z}\,.$$

Rovnica dotyčnice k dráhe výsledného rezného pohybu bude

$$\overline{R} = \bar{r}_0 + u\bar{\dot{r}} \ ,$$

alebo $\quad X = x_0 + u\dot{x}_0 \ , \qquad Y = y_0 + u\dot{y}_0 \ , \qquad Z = z_0 + u\dot{z}_0 \ ,$

alebo $\quad \dfrac{X - x_0}{\dot{x}_0} = \dfrac{Y - y_0}{\dot{y}_0} = \dfrac{Z - z_0}{\dot{z}_0} \ ,$ alebo $\quad \dfrac{X - x_0}{dx_0} = \dfrac{Y - y_0}{dy_0} = \dfrac{Z - z_0}{dz_0} \ ,$

kde (x_0, y_0, z_0) je dotykový bod,
$R\,(X, Y, Z)$ je ľubovolný bod dotyčnice,
$\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ sú smerové parametre dotyčnice.

V tom istom bode dráhy rezného pohybu, kde sme zaviedli jednotkový tangenciálny vektor, môžeme zaviesť jednotkový normálový vektor $\bar{n}$ predpisom

$$\bar{n} = \frac{\bar{t}'}{k_1} = \frac{\bar{r}''}{k_1} \ .$$

Tu však máme jednoduchšie vyjadrenie rovnice dráhy výsledného rezného pohybu ako $\bar{r} = \bar{r}(s)$, kde s je dĺžka oblúka dráhy výsledného rezného pohybu

a $\quad \bar{t}' = \dfrac{d\bar{t}}{ds} \ , \qquad \overline{r}' = \dfrac{d\bar{r}}{ds} \ ,$

potom $\quad n_x = \dfrac{x''}{k_1}, \qquad n_y = \dfrac{y''}{k_1}, \qquad n_z = \dfrac{z''}{k_1}$

sú smerové kosínusy jednotkového normálového vektoru dráhy výsledného rezného pohybu.
Ešte môžeme zaviesť jednotkový binormálový vektor $\bar{b}$ predpismi

$$\bar{b} = \bar{t} \times \bar{n}\,, \qquad \bar{n} = \bar{b} \times \bar{t}\,, \qquad \bar{t} = \bar{n} \times \bar{b}\,,$$

kde vektory $\bar{t}, \bar{n}, \bar{b}$ sú na seba navzájom kolmé a vytvárajú sprievodný trojhran v bode dráhy výsledného rezného pohybu.

Pre krivku $\bar{r} = \bar{r}(s)$ platia Frenet – Serretove vzorce

$$\bar{t}' = k_1\bar{n} \ ,$$
$$\bar{n}' = -k_1\bar{t} + k_2\bar{b} \ ,$$
$$\bar{b}' = -k_2\bar{n}\,,$$

kde ešte $\quad k_1$ je prvá (flexná) krivosť krivky,
k_2 je druhá (torzná) krivosť krivky.

Rovina určená vektormi $\bar{n}, \bar{b}$ je normálová rovina.
Rovina určená vektormi $\bar{b}, \bar{t}$ je rektifikačná rovina.
Rovina určená vektormi $\bar{t}, \bar{n}$ je oskulačná rovina.

Príklad:

Pre pozdĺžne sústruženie je dráha výsledného rezného pohybu skrutkovica

$$\bar{r} = a \cdot \cos t \cdot \bar{i} + a \cdot \sin t \cdot \bar{j} + bt \cdot \bar{k},$$

kde $t \in (-\infty, \infty)$ je zovšeobecnený parameter, leží na rotačnej valcovej ploche $x^2 + y^2 = a^2$.

Parameter c bude

$$c = \frac{1}{\sqrt{\dot{r} \cdot \dot{r}}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

smerové kosínusy jednotkového tangenciálneho vektora tu budú

$$t_x = -\frac{a \ \sin t}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \qquad t_y = \frac{a \ \cos t}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \qquad t_z = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

smerové kosínusy jednotkového normálového vektora tu budú

$$n_x = -\cos t, \qquad n_y = -\sin t, \qquad n_z = 0,$$

smerové kosínusy jednotkového binormálového vektora tu budú

$$b_x = \frac{b \ \sin t}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \qquad b_y = -\frac{b \ \cos t}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \qquad b_z = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Podobne by sa tieto geometricko-kinematické parametre (metódami diferenciálnej geometrie) dali určiť aj pre ostatné spôsoby obrábania. Tým náš výklad končíme.

Záver

Na predchádzajúcom teoretickom výklade a na nasledovnom príklade sme uviedli možnú aplikáciu metód a prostriedkov z diferenciálnej geometrie na rozbor pojmu výsledný rezný pohyb. Takémuto rozboru možno dať matematický ráz a to bolo vlastne účelom tohoto článku.

Článok vznikol v rámci riešenia grantovej úlohy **VEGA č. 1/4111/07 „Implantácia diferenciálnych a iných matematických metód do analytickej teórie obrábania."**

Vlastným prínosom sú aplikácie diferenciálnej geometrie na rozbor pojmu výsledný rezný pohyb.

Zoznam bibliografických odkazov:

[1] BUDA, J., BÉKÉS, J. *Teoretické základy obrábania kovov*. Bratislava: ALFA, 1977.
[2] BUDA, J., SOUČEK, J., VASILKO, K. *Teória obrábania.* Bratislava: ALFA, 1988.
[3] BEŇO, I. *Teória rezania kovov*. Košice: Vienala, 1999.

[4] BÉKÉS, J., HRUBEC, J., KICKO, J., LIPA, Z. *Teória obrábania*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 1999.
[5] JANÁČ, A., LIPA, Z., PETERKA, J. *Teória obrábania*. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2006.
[6] BOOTHROYD, G., KNIGHT, W. *Fundamentals of Machining and Machine Tools*. New York – Basel: M Dekker Inc., 1991.
[7] REKTORYS, K. a kol. *Přehled užití matematiky*. Praha: SNTL, 1981.